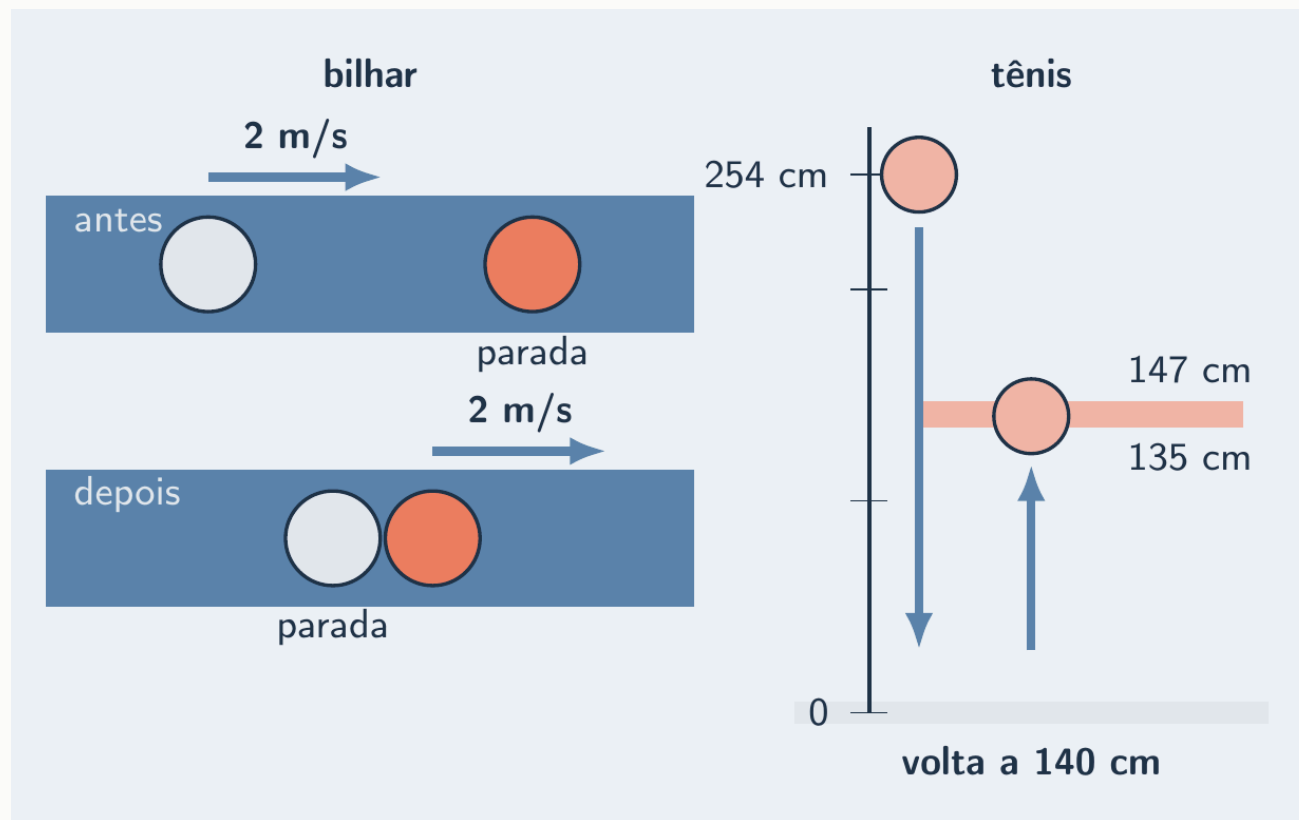


Mecânica II · Episódio 11

A bola que para no lugar e a bola que volta

Colisão elástica e coeficiente de restituição

0 caso

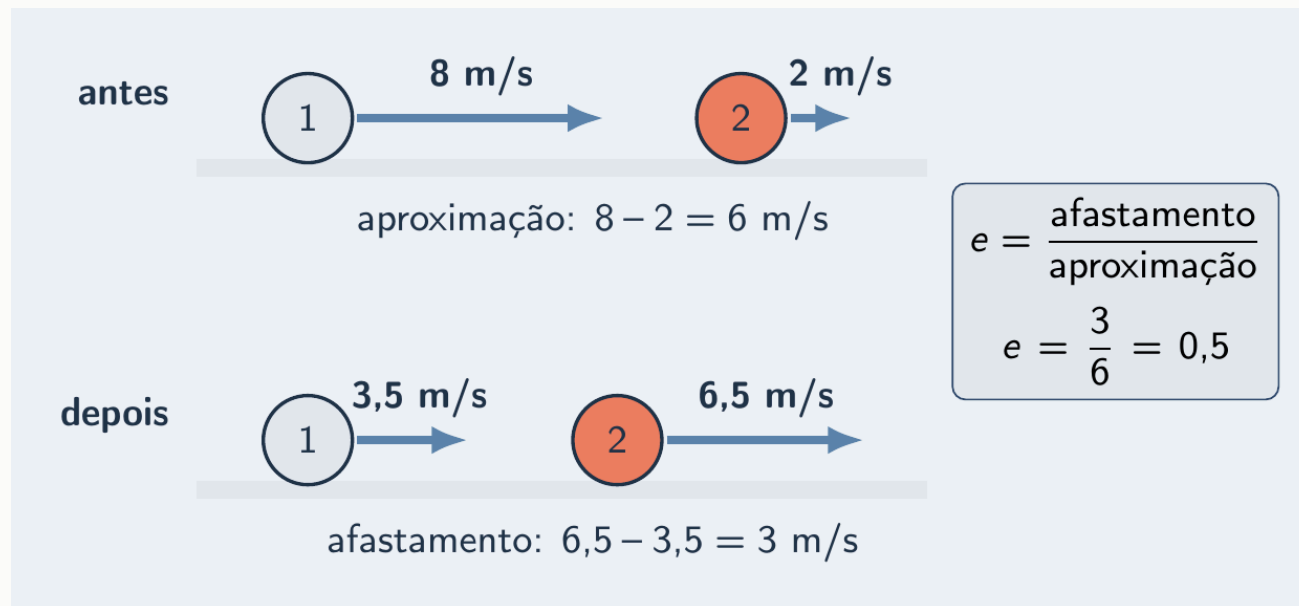


- bilhar: branca a 2 m/s bate na parada → branca **para**, a outra sai a 2 m/s
- tênis: queda de 254 cm sobre concreto
- volta exigida: **135 a 147 cm** (20 °C, 60% de umidade)
- fora da faixa: bola reprovada

Pergunta do episódio

Que número diz quanto uma colisão devolve?

Conceito 1 – Coeficiente de restituição



- aproximação (antes): $v_1 - v_2$ ·
afastamento (depois): $v'_2 - v'_1$

$$e = \frac{v'_2 - v'_1}{v_1 - v_2}$$

- sem unidade · $0 \leq e \leq 1$
- velocidades **relativas**, não de uma bola só

Exemplo resolvido – duas bolas no mesmo sentido

Antes: 8 m/s e 2 m/s · depois: 3,5 m/s e 6,5 m/s

Fórmula:

$$e = \frac{v'_2 - v'_1}{v_1 - v_2}$$

Substituição:

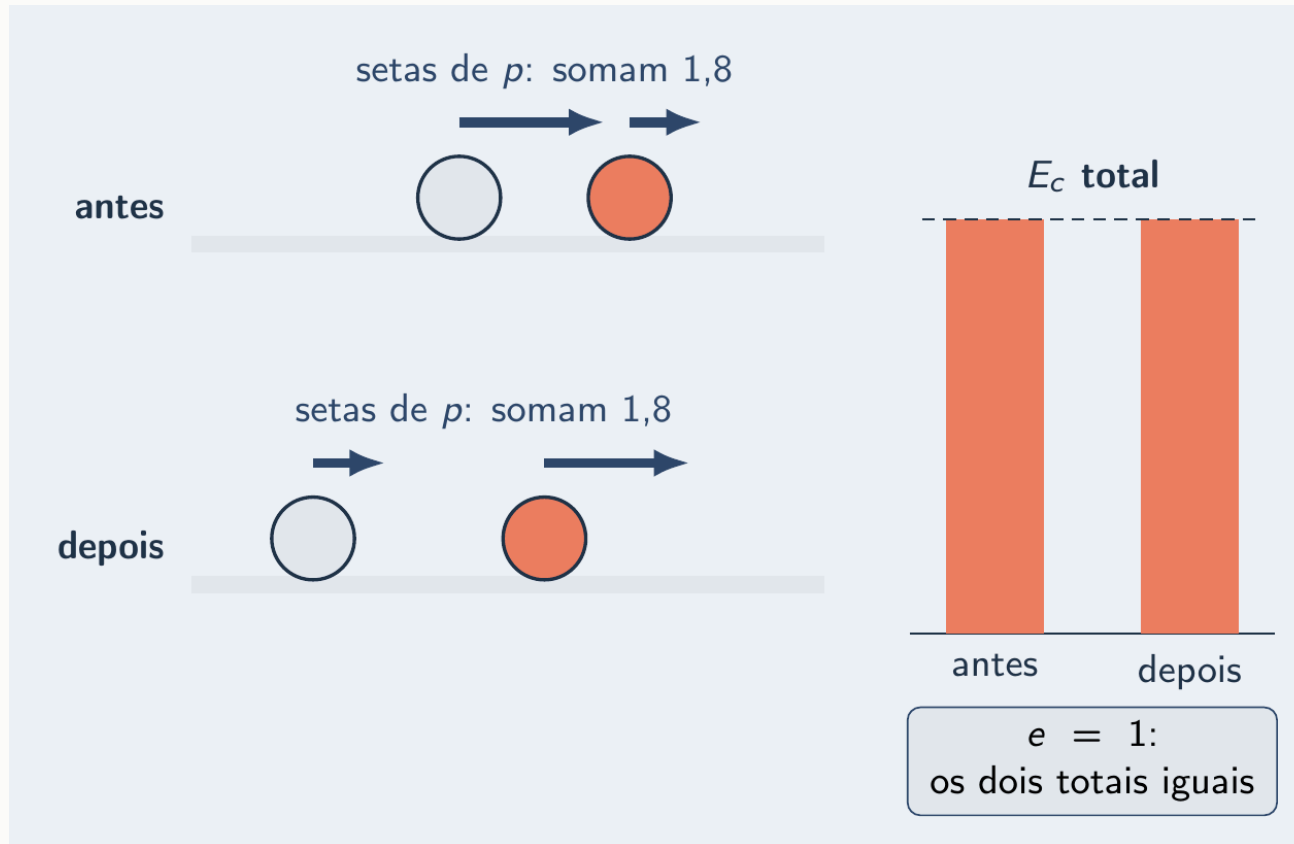
$$e = \frac{6,5 - 3,5}{8 - 2} = \frac{3}{6}$$

Resultado:

$$e = \mathbf{0,5}$$

- sem unidade

Conceito 2 – $e = 1$: colisão elástica



- conserva **momento e energia cinética**
- elástica não é borracha: bilhar, duro, tem e de 0,92 a 0,98
- parede fixa: volta com a mesma rapidez, sentido trocado

Exemplo resolvido – bola na parede

Bola de 0,5 kg a 4 m/s contra parede fixa · $e = 1$

Fórmula:

$$v' = e v$$

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2$$

Substituição:

$$v' = 1 \cdot 4$$

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot 0,5 \cdot 4^2$$

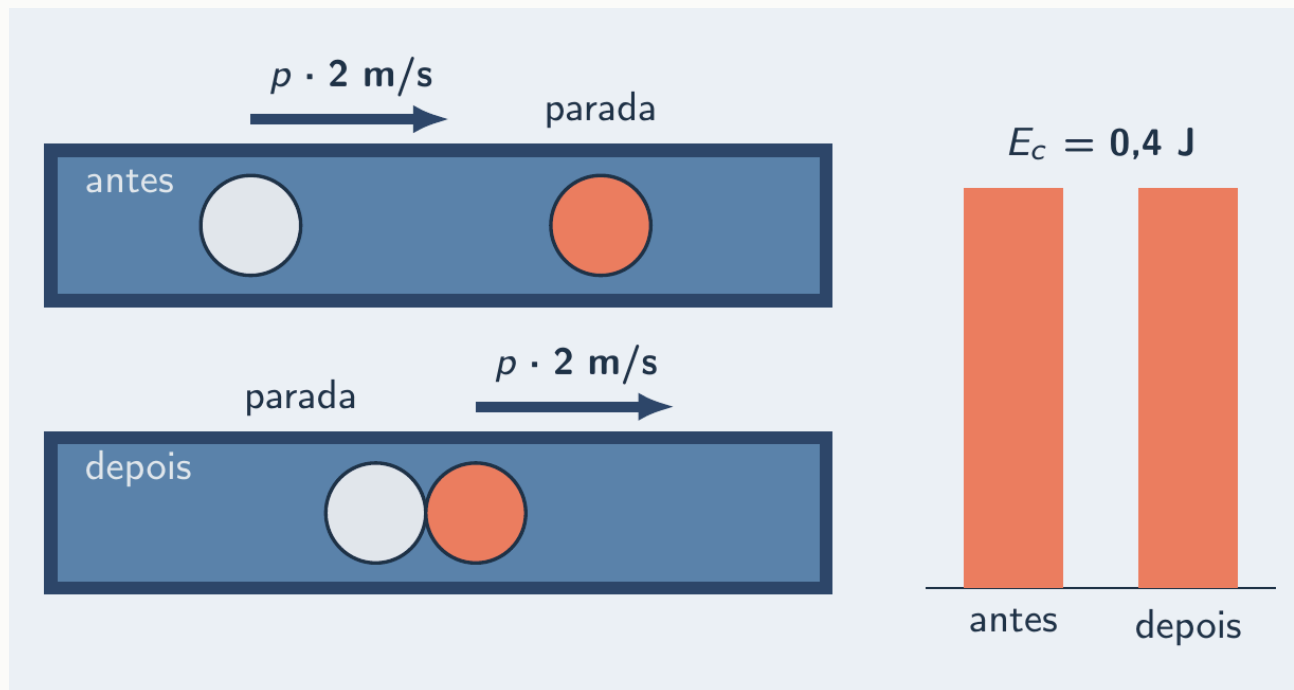
Resultado:

$$v' = \mathbf{4 \text{ m/s}}$$

$$E_c = \mathbf{4 \text{ J}}$$

- volta no sentido oposto · mesma E_c antes e depois

Conceito 3 – Massas iguais, troca de velocidades



- duas equações: momento + restituição
- massas iguais, frontal, $e = 1$
→ **velocidades trocam de dono**
- **X** "as duas a $v/2$ ": isso é choque que gruda

Exemplo resolvido – o bilhar ideal

Bolas de 0,2 kg · 2 m/s contra parada · $e = 1$

Fórmula:

Substituição:

Resultado:

$$v'_1 + v'_2 = v_1 + v_2$$

$$v'_1 + v'_2 = 2$$

$$v'_1 = \mathbf{0}$$

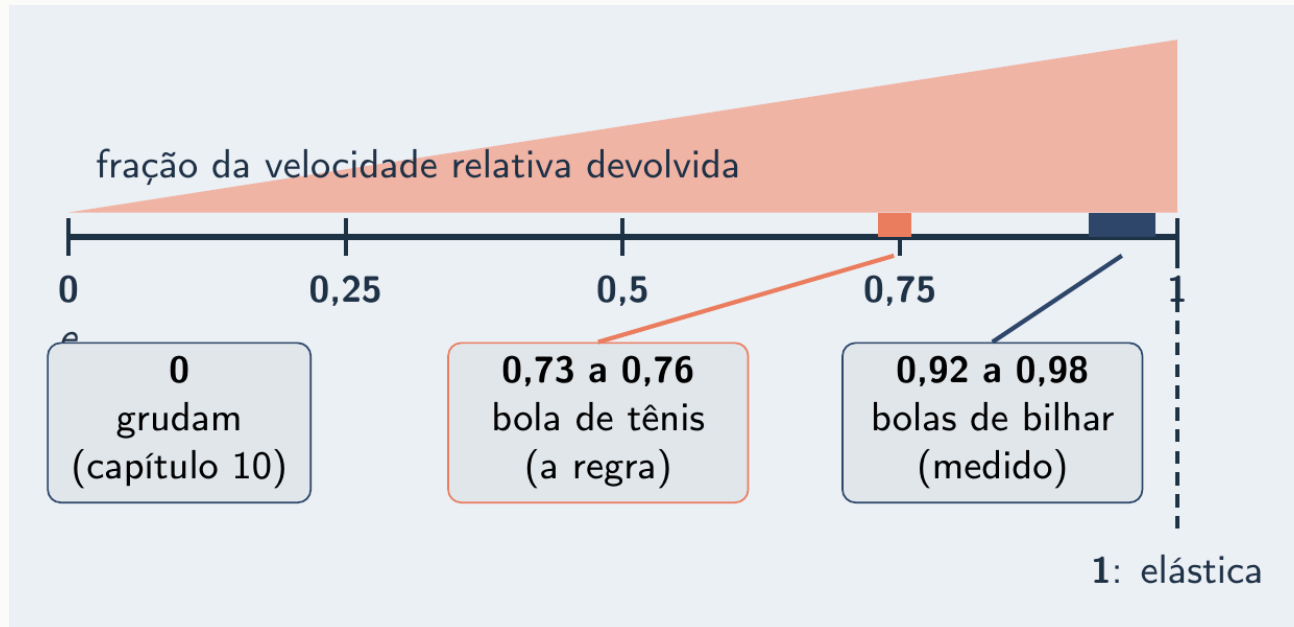
$$v'_2 - v'_1 = e(v_1 - v_2)$$

$$v'_2 - v'_1 = 2$$

$$v'_2 = \mathbf{2\,m/s}$$

- 0,4 kg m/s e 0,4 J nos dois instantes

Conceito 4 – O espectro de 0 a 1



- $e = 0$: grudam
- $0 < e < 1$: parcial
- $e = 1$: elástica
- momento conserva **em todos**
- tênis: cerca de 0,73 a 0,76 ·
nenhuma colisão passa de 1

Exemplo resolvido – carrinhos com $e = 0,5$ (1/3)

Dois carrinhos de 2 kg · 6 m/s contra parado

Fórmula:

$$v'_1 + v'_2 = v_1 + v_2$$

$$v'_2 - v'_1 = e (v_1 - v_2)$$

Substituição:

$$v'_1 + v'_2 = 6$$

$$v'_2 - v'_1 = 0,5 \cdot 6 = 3$$

Resultado:

$$v'_1 = \mathbf{1,5 \text{ m/s}}$$

$$v'_2 = \mathbf{4,5 \text{ m/s}}$$

Exemplo resolvido – carrinhos com $e = 0,5$ (2/3)

Energia cinética antes (E_i) e depois (E_f)

Fórmula:

$$E_i = \frac{1}{2} m v_1^2$$

$$E_f = \frac{1}{2} m (v_1'^2 + v_2'^2)$$

$$\Delta E = E_i - E_f$$

Substituição:

$$E_i = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 6^2$$

$$E_f = 2,25 + 20,25$$

$$\Delta E = 36 - 22,5$$

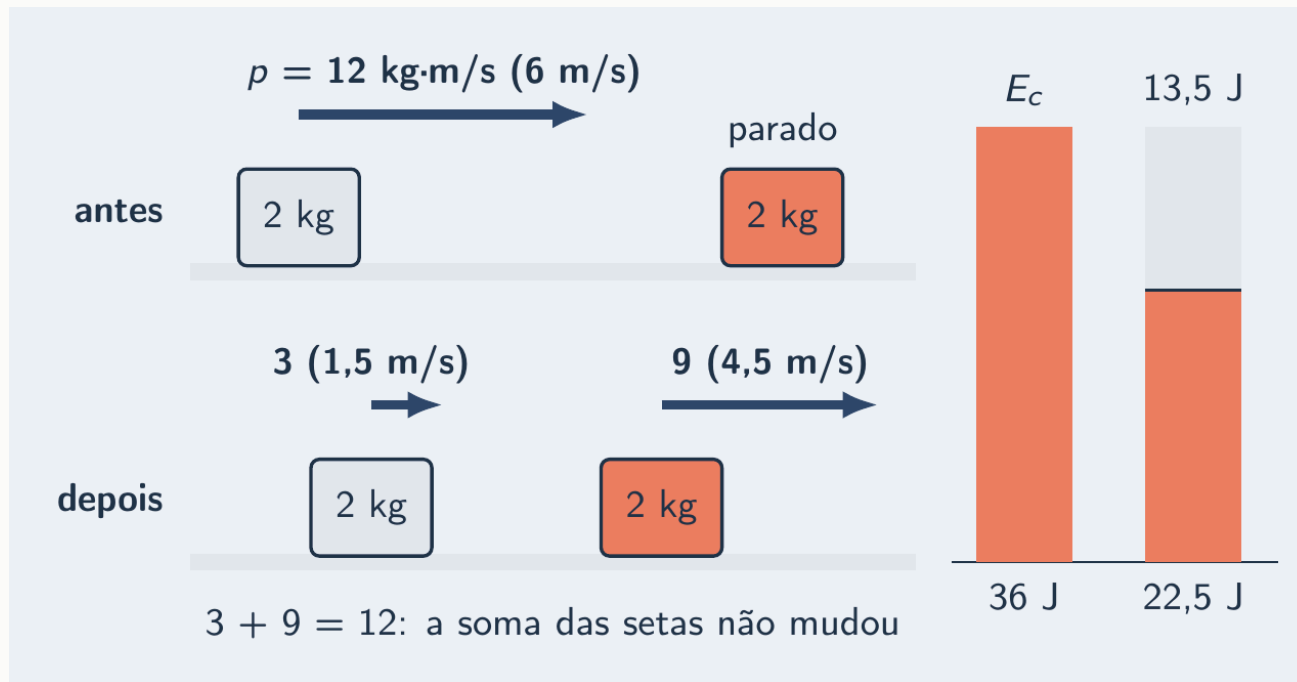
Resultado:

$$E_i = \mathbf{36 \text{ J}}$$

$$E_f = \mathbf{22,5 \text{ J}}$$

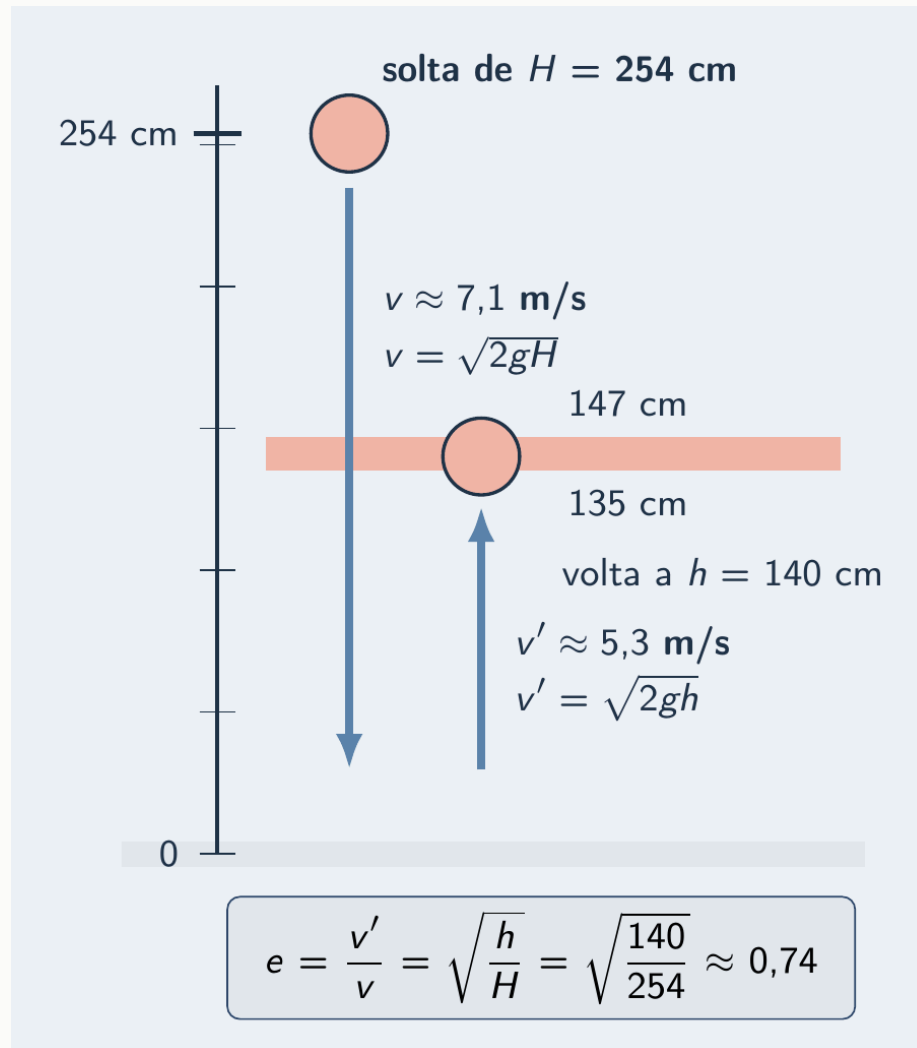
$$\Delta E = \mathbf{13,5 \text{ J}}$$

Exemplo resolvido – carrinhos com $e = 0,5$ (3/3)



- 37,5% da energia em calor e som

Conceito 5 – A quicada mede o e



- chegada e saída:

$$v = \sqrt{2gH}$$

$$v' = \sqrt{2gh}$$

$$e = \sqrt{\frac{h}{H}}$$

- g e 2 cancelam · metade da altura $\rightarrow e$ cerca de $0,71$, não $0,5$

Exemplo resolvido – a bola da regra

Queda de 254 cm · volta a 140 cm

Fórmula:

$$e = \sqrt{\frac{h}{H}}$$

Substituição:

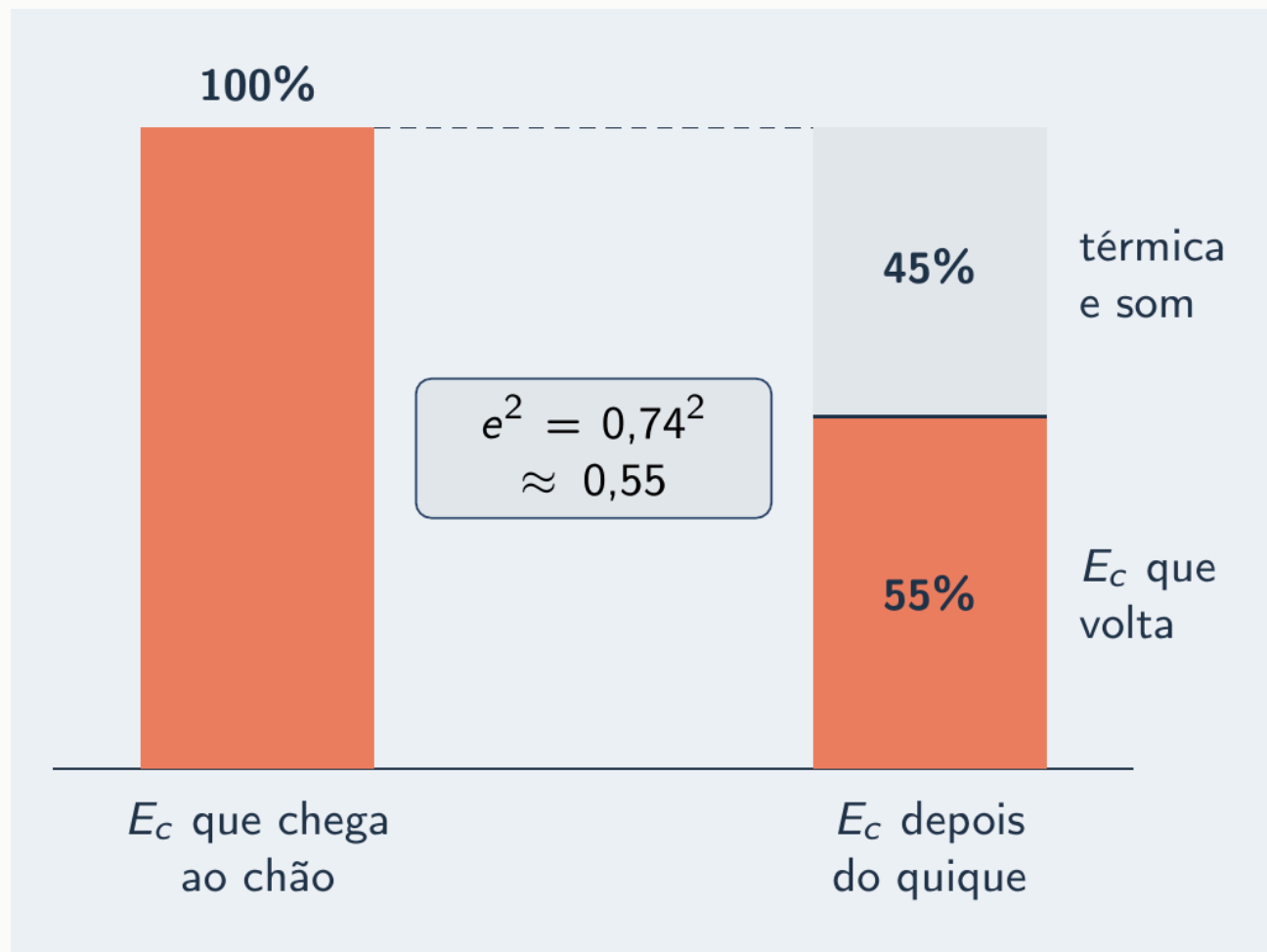
$$e = \sqrt{\frac{140}{254}} = \sqrt{0,551}$$

Resultado:

$$e \approx \mathbf{0,74}$$

- faixa da regra: 0,73 a 0,76

Conceito 6 – A energia que sobra: e^2



- velocidade vezes $e \rightarrow$ energia cinética vezes e^2
- $1 - e^2$: calor e som (não some)
- e^2 só vale com chão/parede parados

Exemplo resolvido – chegou a 10, saiu a 6

Bola chega ao chão a 10 m/s e sai a 6 m/s

Fórmula:

$$e = \frac{v'}{v}$$

$$f = e^2$$

Substituição:

$$e = \frac{6}{10}$$

$$f = 0,6^2$$

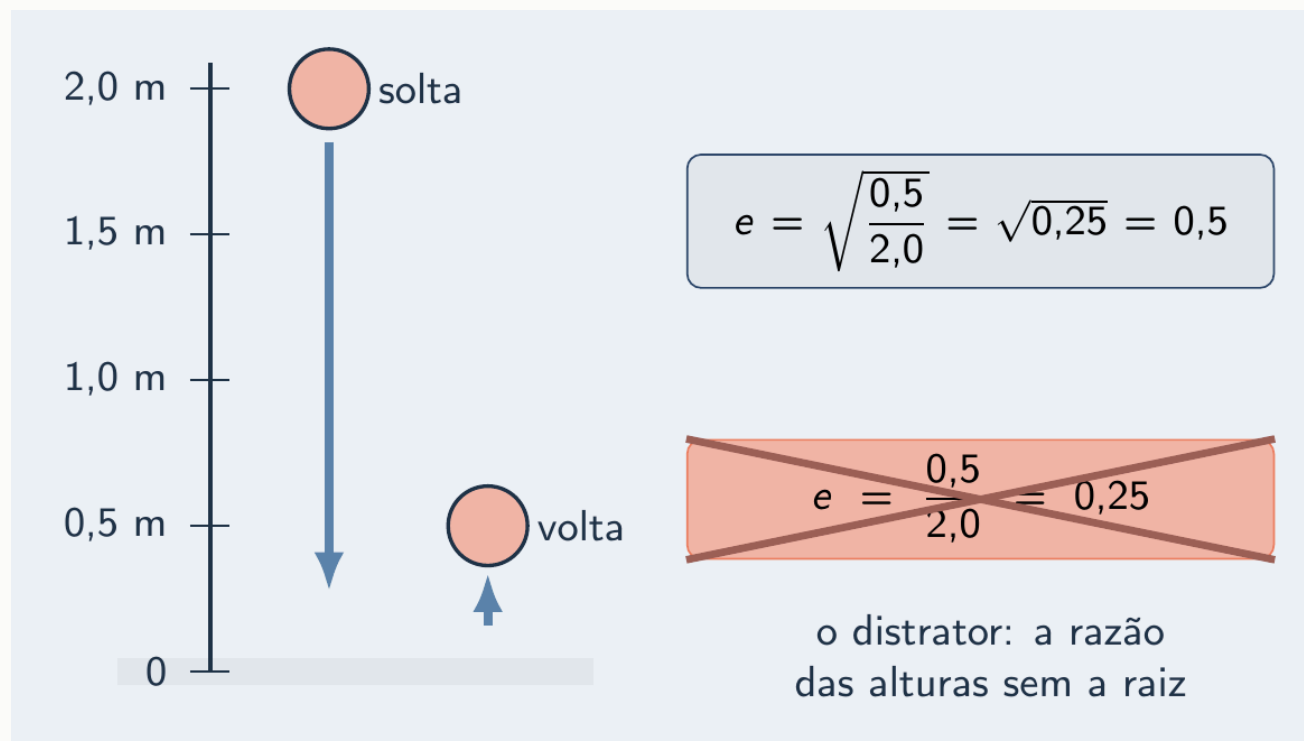
Resultado:

$$e = \mathbf{0,6}$$

$$f = \mathbf{0,36}$$

- 36% da energia cinética volta · 64% vira calor e som

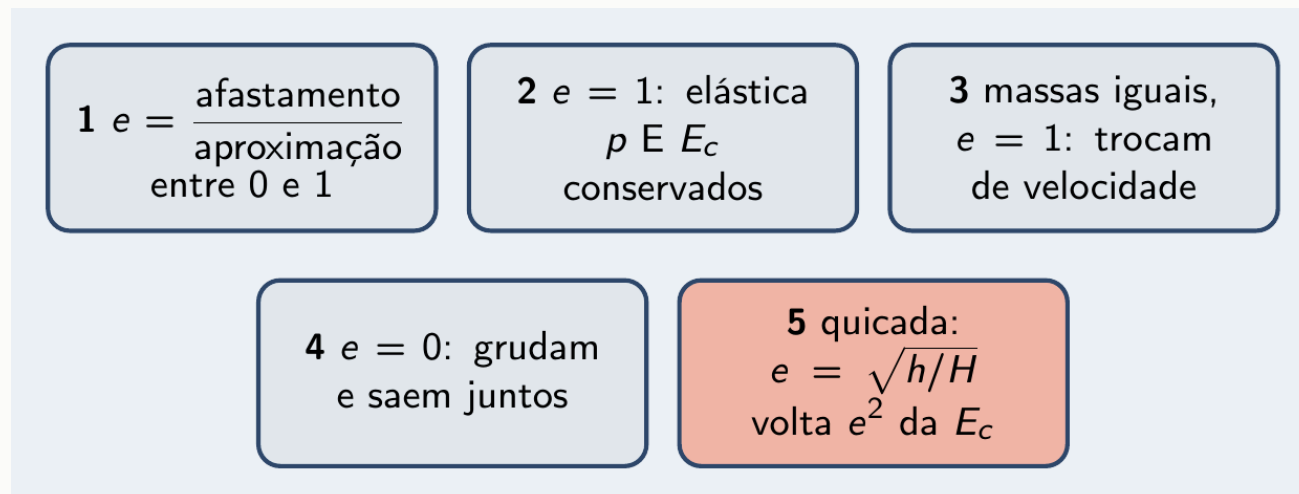
Radar ENEM



- ~~$e = h/H$~~ (faltou a raiz)
- ~~massas iguais elásticas~~ → "as duas a $v/2$ "
- ~~"a energia se conserva em toda colisão"~~
- ~~e^2 com dois corpos livres~~
- $\checkmark$ 2,0 m → 0,5 m:

$$e = \sqrt{0,25} = 0,5$$

Resumo em cinco peças



1. e : afastamento sobre aproximação
2. $e = 1$: momento e E_c
3. massas iguais: velocidades trocam
4. $e = 0$: saem grudados
5. quicada: $\sqrt{h/H}$; energia e^2

Treine no jogo



QR do jogo → <https://professorcanario.com.br/m2/c11/lista>

Canarinho · lista do Episódio 11

Depois da aula: o combo deste episódio

[Abrir arena](#)

Vídeo em capítulos



Vá direto ao trecho que precisa.

<https://professorcanario.com.br/m2/c11/video>

Lista no app



As questões deste episódio,
para treinar.

<https://professorcanario.com.br/m2/c11/lista>

Livro da minissérie



Com QR em cada capítulo, que
leva ao vídeo e à lista daquele
tema.

<https://professorcanario.com.br/mecanica2/livro/>