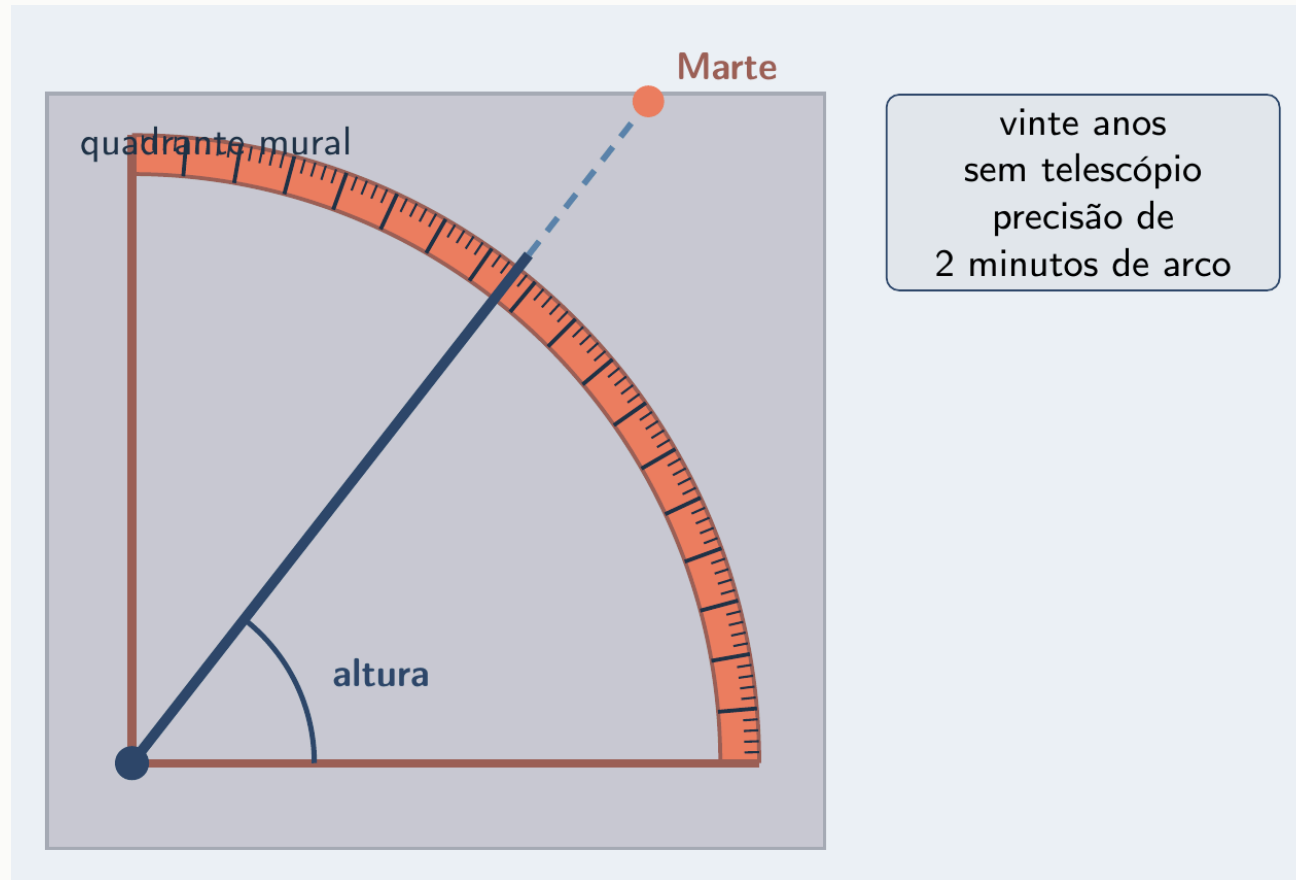


Mecânica III · Episódio 1

O círculo que errou por oito minutos de arco

A 1ª lei de Kepler

O caso

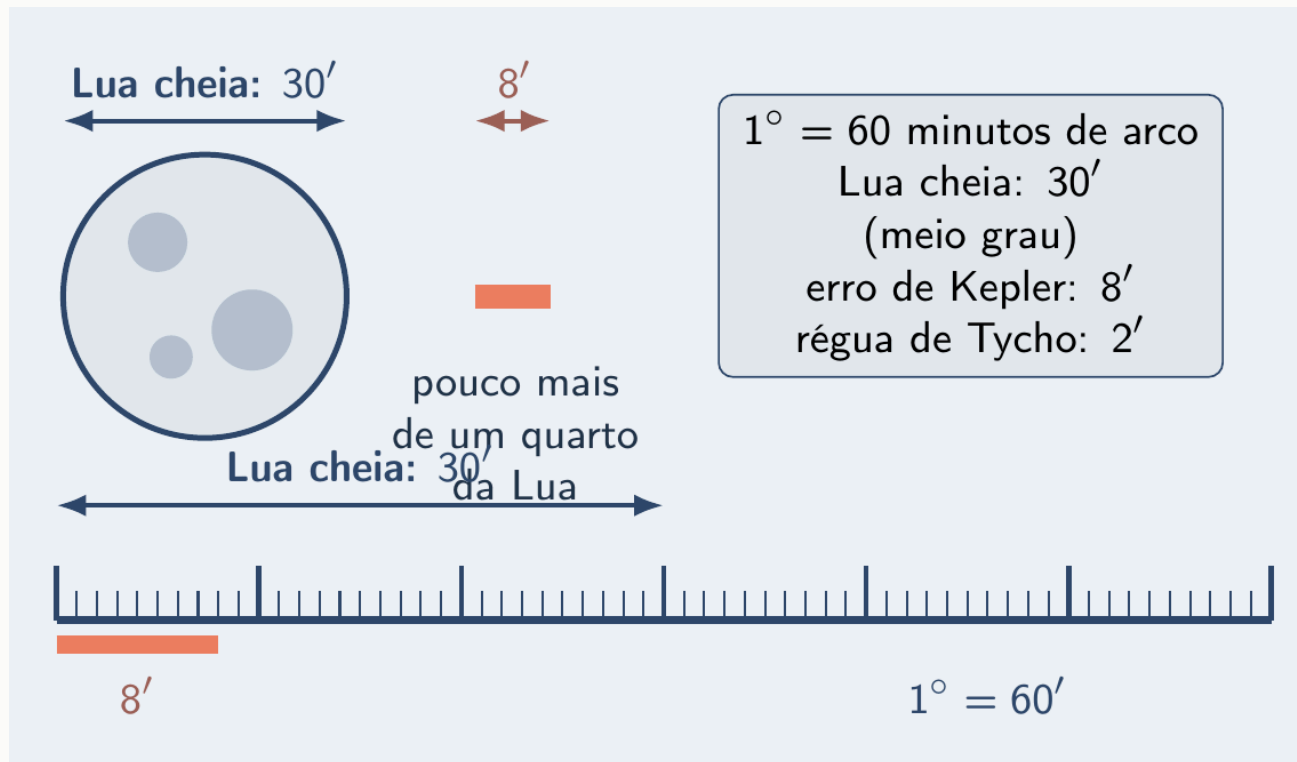


- Tycho Brahe, ilha de Hven: **1576–1597**, cerca de 20 anos de Marte
- sem telescópio · precisão de **1 a 2'** de arco
- 1600: Kepler entra como assistente · herda os cadernos
- melhor círculo de Kepler: erro de **8'** · 1609: elipse

Pergunta do episódio

Por que 8 minutos de arco derrubaram 2 000 anos de círculos?

Conceito 1 – Ângulos no céu



- no céu se mede **direção**, não distância

$$1^{\circ} = 60'$$

- Lua cheia: cerca de 30', meio grau
- erro grande ou pequeno? → compare com a **precisão**

Exemplo resolvido – os 8' de Kepler

Erro de 8' · Lua de cerca de 30' · precisão de Tycho: 2'

Fórmula:

$$\text{graus} = \frac{\text{minutos}}{60}$$

$$\text{em Luas} = \frac{\text{erro}}{30'}$$

$$\text{em precisões} = \frac{\text{erro}}{2'}$$

Substituição:

$$\text{graus} = \frac{8}{60}$$

$$\text{em Luas} = \frac{8}{30}$$

$$\text{em precisões} = \frac{8}{2}$$

Resultado:

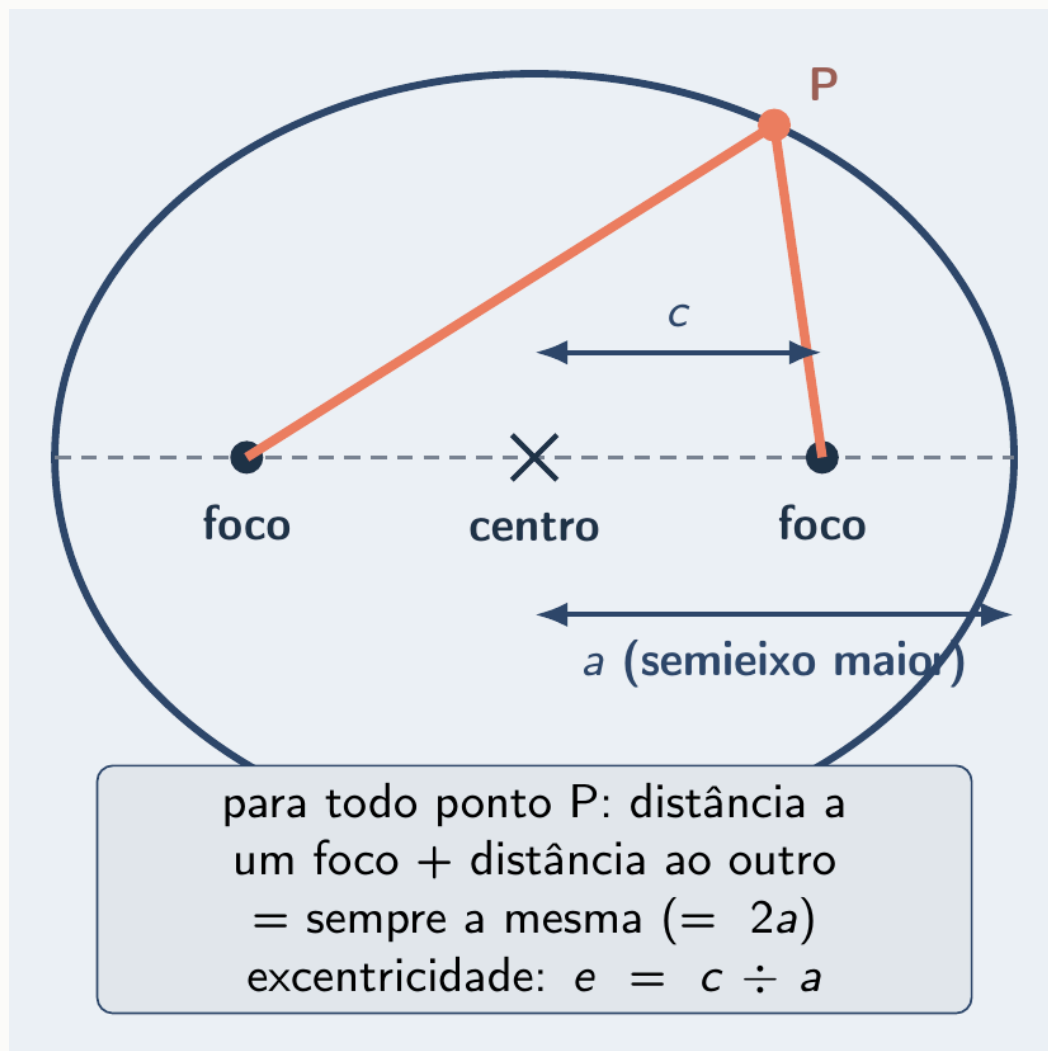
$$\text{graus} \approx \mathbf{0,13^{\circ}}$$

$$\text{em Luas} \approx \mathbf{0,27}$$

$$\text{em precisões} = \mathbf{4}$$

- 4 vezes a precisão → culpa do círculo

Conceito 2 – A elipse



- dois **focos** · soma das distâncias aos focos: $2a$, fixa
- a : semieixo maior · c : centro → foco
- sem unidade, entre 0 e 1 · zero → círculo

$$0 \leq e < 1$$

Exemplo resolvido – barbante e dois pregos

Desenho com $a = 10 \text{ cm}$ e focos a 3 cm do centro

Fórmula:

$$e = \frac{c}{a}$$

$$\text{soma} = 2a$$

Substituição:

$$e = \frac{3 \text{ cm}}{10 \text{ cm}}$$

$$\text{soma} = 2 \cdot 10 \text{ cm}$$

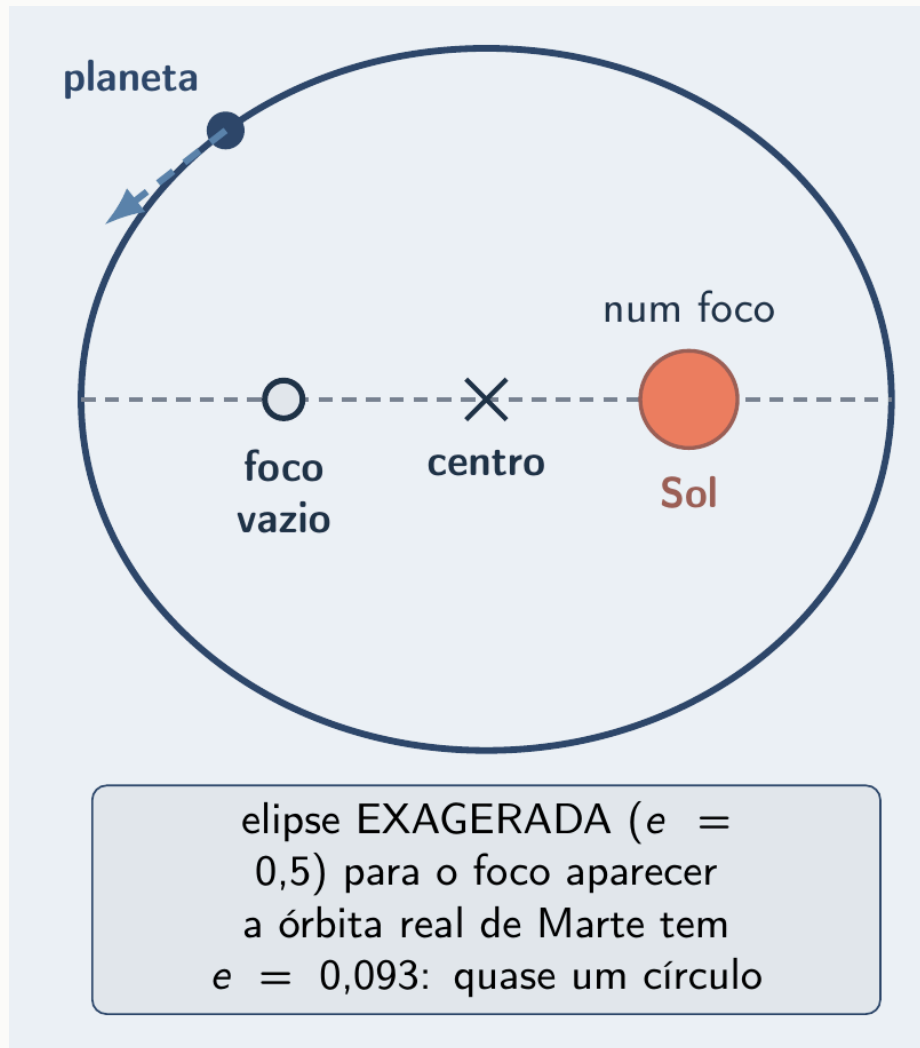
Resultado:

$$e = \mathbf{0,3}$$

$$\text{soma} = \mathbf{20 \text{ cm}}$$

- e sem unidade · barbante de 20 cm

Conceito 3 – 1ª lei de Kepler



- órbita: **elipse** · Sol em **um foco**
- centro: vazio · segundo foco: vazio
- vale para Lua, satélites, cometas — muda só o corpo central

Exemplo resolvido – o Sol deslocado

Marte: semieixo de 228 milhões de km, excentricidade 0,093

Fórmula:

$$c = e a$$

Substituição:

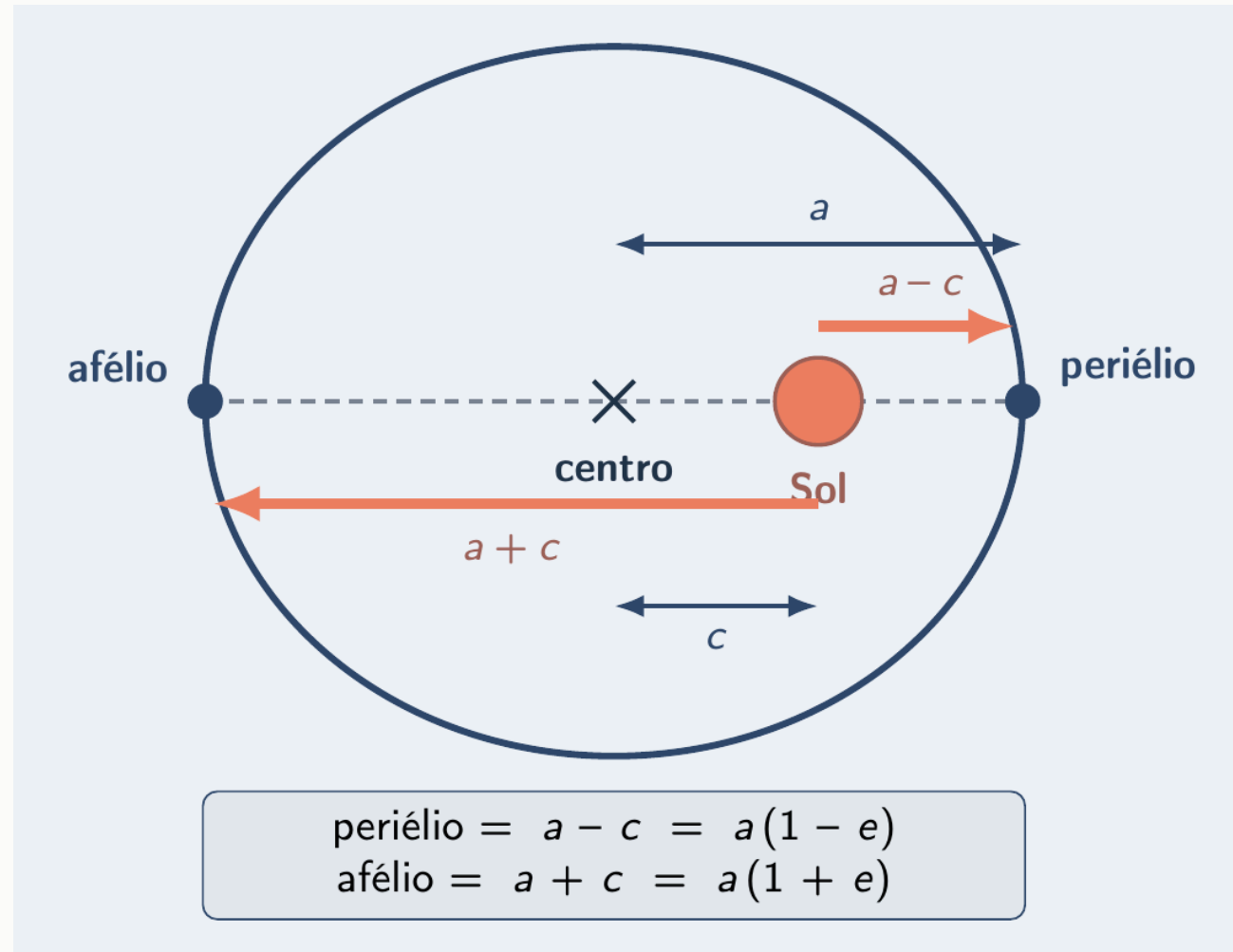
$$c = 0,093 \cdot 228$$

Resultado:

$$c \approx \mathbf{21} \text{ milhões de km}$$

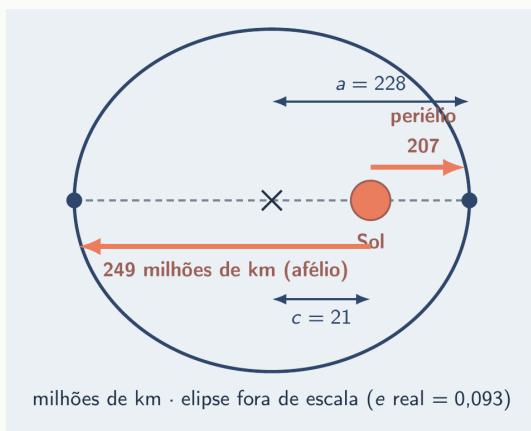
- do centro ao Sol

Conceito 4 – Periélio e afélio



- **periélio** (perto):
$$r_p = a - c = a(1 - e)$$
- **afélio** (longe):
$$r_a = a + c = a(1 + e)$$
- soma: $2a$ · diferença: $2c$

Exemplo resolvido – Marte perto e longe



Marte: semieixo de 228 milhões de km, excentricidade 0,093

Fórmula:

$$r_p = a(1 - e)$$

$$r_a = a(1 + e)$$

Substituição:

$$r_p = 228 \cdot 0,907$$

$$r_a = 228 \cdot 1,093$$

Resultado:

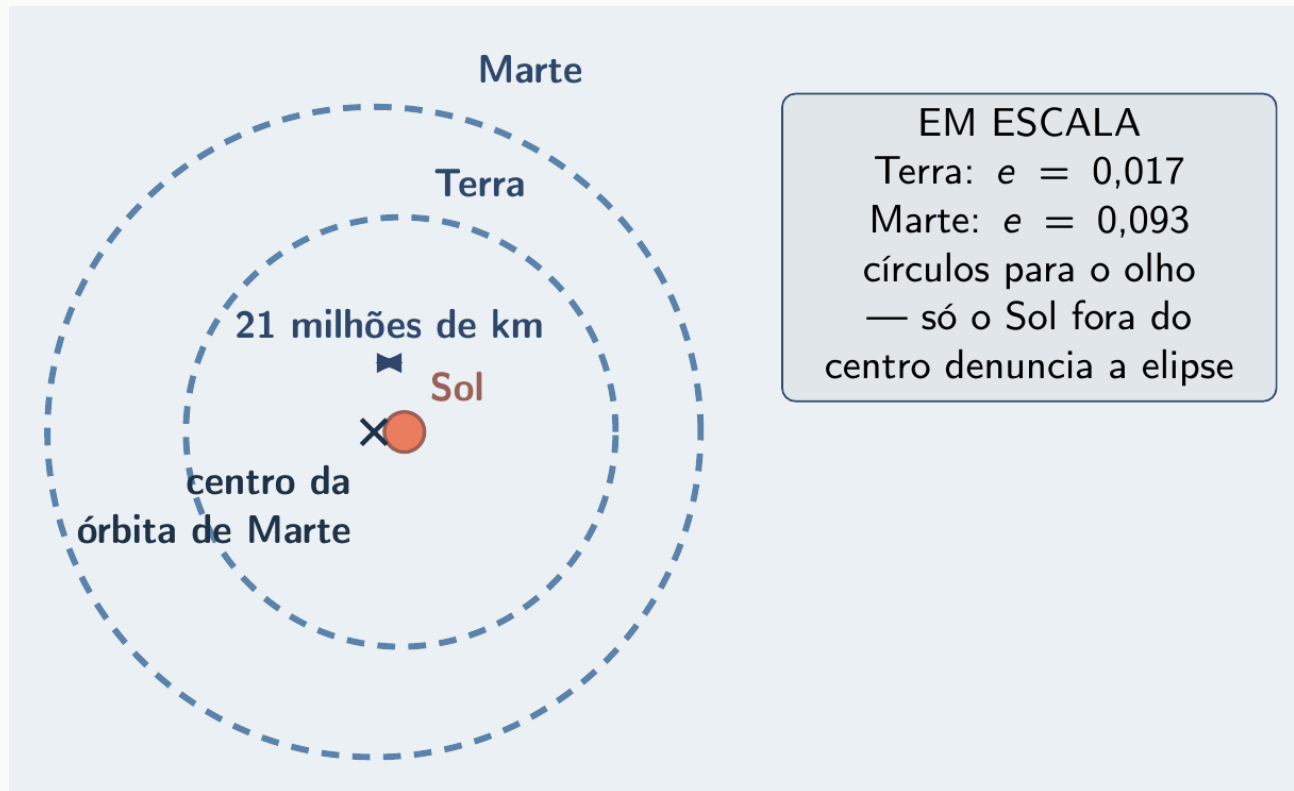
$$r_p \approx \mathbf{207} \text{ milhões de km}$$

$$r_a \approx \mathbf{249} \text{ milhões de km}$$

- conferência:

$$207 + 249 = 456 = 2 \cdot 228$$

Conceito 5 – Quase círculos



- excentricidade: Terra **0,017** · Marte **0,093**
- em escala: parecem círculos · só o Sol sai do centro
- figura achatada é caricatura · cometa é que alonga

Exemplo resolvido – a órbita da Terra

Terra: semieixo de 150 milhões de km, excentricidade 0,017

Fórmula:

Substituição:

Resultado:

$$c = e a$$

$$c = 0,017 \cdot 150$$

$$c \approx \mathbf{2,5}$$

$$r_p = a - c$$

$$r_p = 150 - 2,5$$

$$r_p \approx \mathbf{147}$$

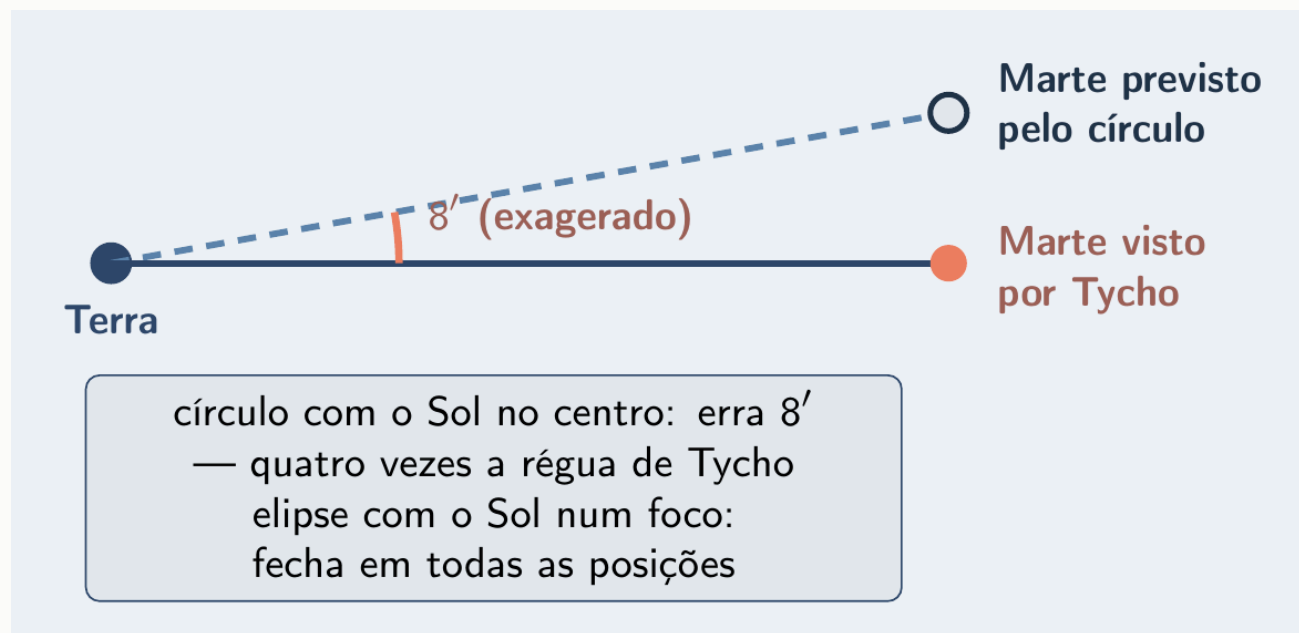
$$r_a = a + c$$

$$r_a = 150 + 2,5$$

$$r_a \approx \mathbf{152}$$

- em milhões de km · só cerca de 3% de variação

Conceito 6 – Forma, não causa



- Kepler **descreveu**: forma, a partir dos dados
- Newton **explicou**: gravitação (Episódio 4)
- prova: "descreveu" → Kepler · "explicou" → Newton

Exemplo resolvido – dos dados para a forma

Tabela de Marte: periélio 206,65 · afélio 249,26 (milhões de km)

Fórmula:

$$a = \frac{r_p + r_a}{2}$$

$$c = \frac{r_a - r_p}{2}$$

$$e = \frac{c}{a}$$

Substituição:

$$a = \frac{455,91}{2}$$

$$c = \frac{42,61}{2}$$

$$e = \frac{21,3}{228,0}$$

Resultado:

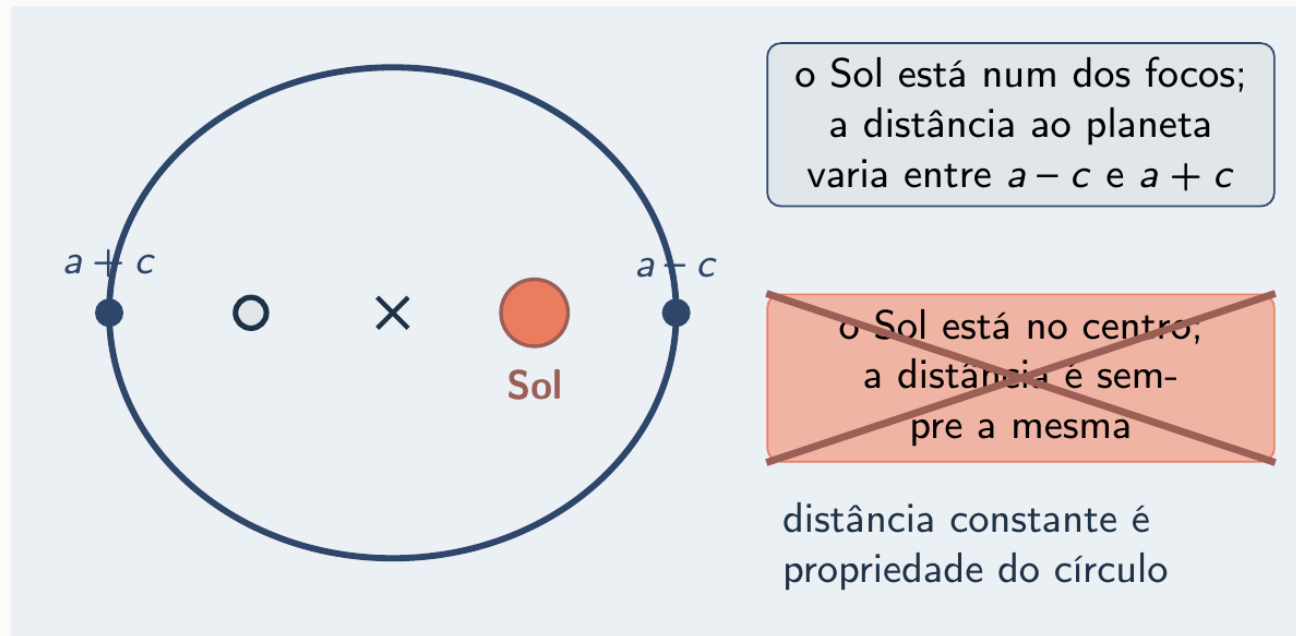
$$a \approx \mathbf{228,0}$$

$$c \approx \mathbf{21,3}$$

$$e \approx \mathbf{0,093}$$

- a e c em milhões de km

Radar ENEM



- ✗ Sol no centro da elipse
- ✗ periélio ↔ afélio trocados
- ✗ e em km $\cdot e > 1$
- ✗ planetas em órbitas muito alongadas
- ✗ Kepler descobriu a gravidade
- ✓ conferir: periélio + afélio dá $2a$

Resumo em cinco peças

1 órbita é elipse,
Sol num FOCO
(não no centro)

2 $e = c \div a$,
sem unidade;
círculo: $e = 0$

3 periélio $a(1 - e)$
afélio $a(1 + e)$
soma = $2a$

4 órbitas dos
planetas: quase
círculos

5 Kepler mediu
a forma; a causa
vem depois

1. elipse, Sol num foco

2. $e = \frac{c}{a}$, círculo: zero

3. perto $a(1 - e)$, longe $a(1 + e)$

4. planetas: quase círculos

5. Kepler forma, Newton causa

Treine no jogo



QR do jogo → <https://professorcanario.com.br/m3/c1/lista>

Canarinho · lista do Episódio 1

Depois da aula: o combo deste episódio

[Abrir arena](#)

Vídeo em capítulos



Vá direto ao trecho que precisa.

<https://professorcanario.com.br/m3/c1/video>

Lista no app



As questões deste episódio,
para treinar.

<https://professorcanario.com.br/m3/c1/lista>

Livro da minissérie



Com QR em cada capítulo, que
leva ao vídeo e à lista daquele
tema.

<https://professorcanario.com.br/mecanica3/livro/>