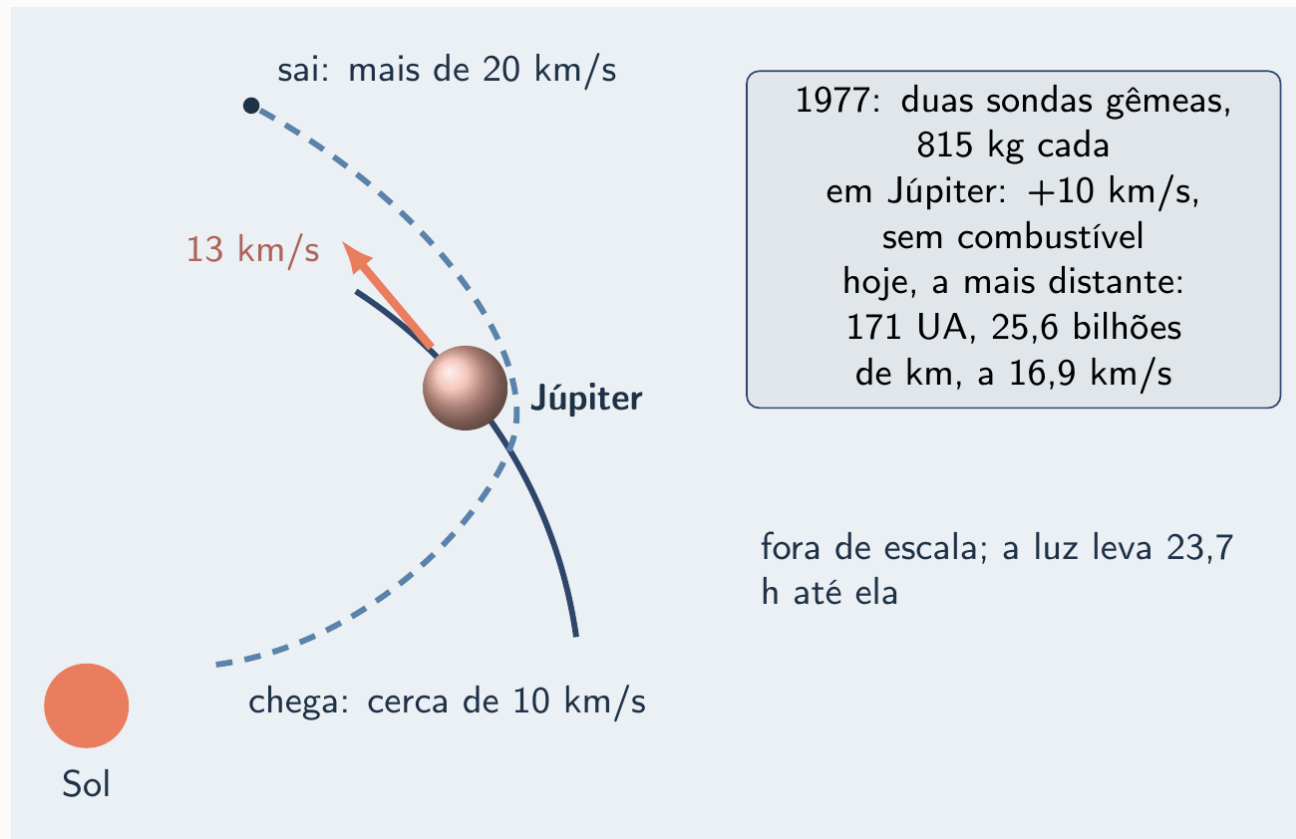


Mecânica III · Episódio 10

A sonda que roubou velocidade de Júpiter

Assistência gravitacional e o fecho da mecânica celeste

O caso

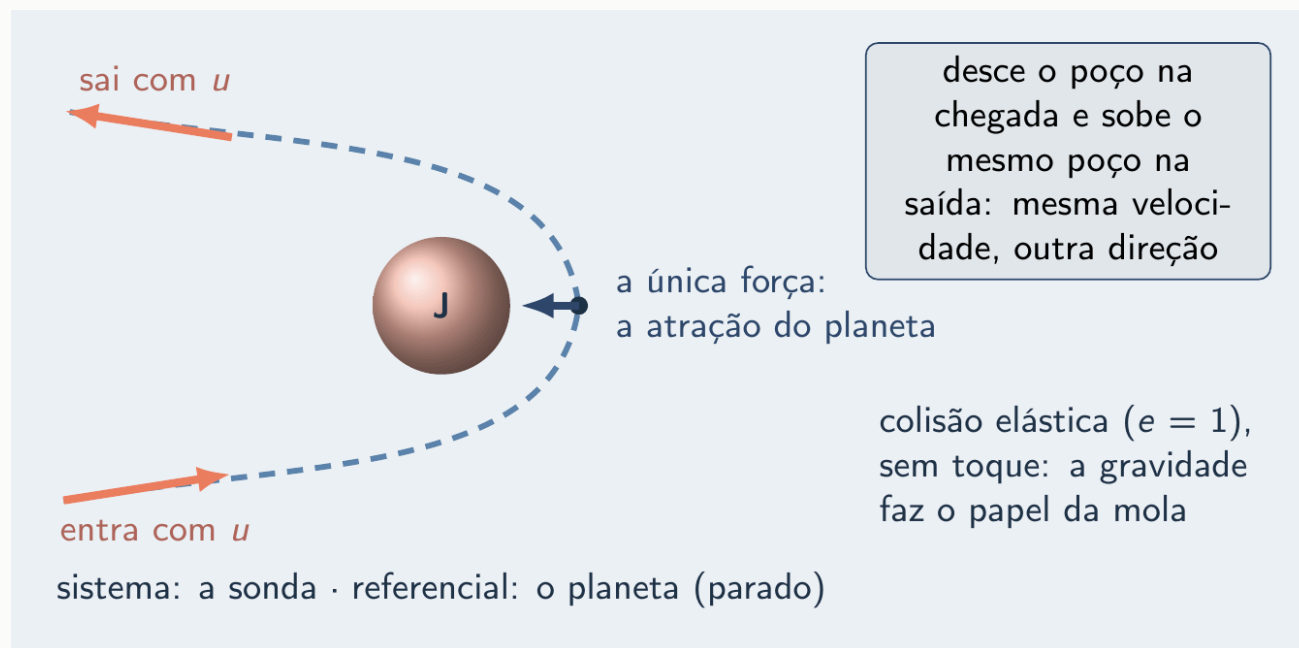


- 1977: duas sondas gêmeas · 815 kg cada
- em Júpiter: **10 km/s** a mais · motor desligado
- a mais distante hoje: **171 UA** · 25,6 bilhões de km · 16,9 km/s
- luz até ela: quase um dia

Pergunta do episódio

Se ninguém empurrou a sonda, de onde veio a velocidade — e quem ficou mais devagar?

Conceito 1 – Colisão sem toque



- sistema: sonda · força única: atração do planeta
- referencial do **planeta**: desce e sobe o mesmo poço
- entra e sai com a mesma velocidade · só a direção muda
- colisão elástica, $e = 1$, sem contato

Exemplo resolvido – visto do trem

Bola a 10 m/s contra trem que vem a 5 m/s · batida sem perdas

Fórmula:

$$u_{\text{chega}} = v + V$$

$$u_{\text{volta}} = u_{\text{chega}}$$

Substituição:

$$u_{\text{chega}} = 10 + 5$$

$$u_{\text{volta}} = 15$$

Resultado:

$$u_{\text{chega}} = \mathbf{15 \text{ m/s}}$$

$$u_{\text{volta}} = \mathbf{15 \text{ m/s}}$$

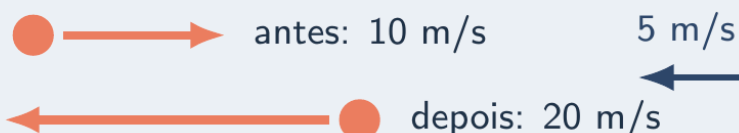
- no trem: a bola só quicou

Conceito 2 – A bola contra o trem

visto do trem (o trem parado)



visto do chão



$v' = v + 2V$: a bola ganhou duas vezes a velocidade do trem · Júpiter é o trem: $2 \times 13 = 26 \text{ km/s}$ é o teto; o ganho real foi de cerca de 10 km/s (o ângulo decide)

- de volta ao chão: soma-se a velocidade do trem
- $$v' = v + 2V$$
- Júpiter: o trem · sonda: a bola
· Sol: a estação
- ângulo de saída decide o ganho e o sinal

Exemplo resolvido – o teto de Júpiter

Bola a 10 m/s, trem a 5 m/s · Júpiter orbita a 13 km/s

Fórmula:

$$v' = v + 2V$$

$$\Delta v_{\max} = 2V$$

Substituição:

$$v' = 10 + 2 \cdot 5$$

$$\Delta v_{\max} = 2 \cdot 13$$

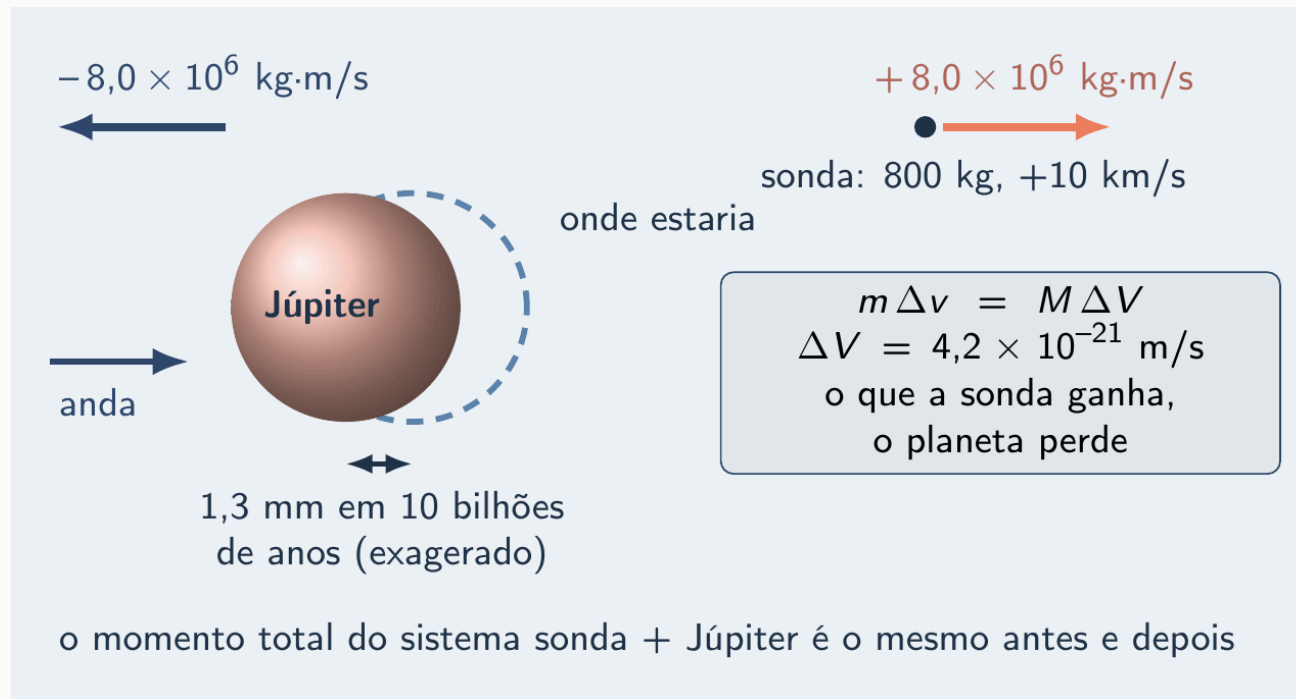
Resultado:

$$v' = \mathbf{20 \text{ m/s}}$$

$$\Delta v_{\max} = \mathbf{26 \text{ km/s}}$$

- ganho real: cerca de 10 km/s

Conceito 3 – Quem paga



- sistema: sonda e planeta · antes e depois
- momento total se conserva:
$$m \Delta v = M \Delta V$$
- sonda ganha → planeta perde · em momento e em energia

Exemplo resolvido – o recuo de Júpiter

Sonda de 800 kg ganha $1,0 \times 10^4 \text{ m/s}$ · Júpiter: $1,9 \times 10^{27} \text{ kg}$

Fórmula:

$$\Delta V = \frac{m \Delta v}{M}$$

Substituição:

$$\Delta V = \frac{8,0 \times 10^6}{1,9 \times 10^{27}}$$

Resultado:

$$\Delta V \approx 4,2 \times 10^{-21} \text{ m/s}$$

Exemplo resolvido – um milímetro atrás

Tempo: $3,2 \times 10^{17}$ s (10 bilhões de anos) · defasagem de posição, não de tamanho

Fórmula:

$$\Delta x = \Delta V t$$

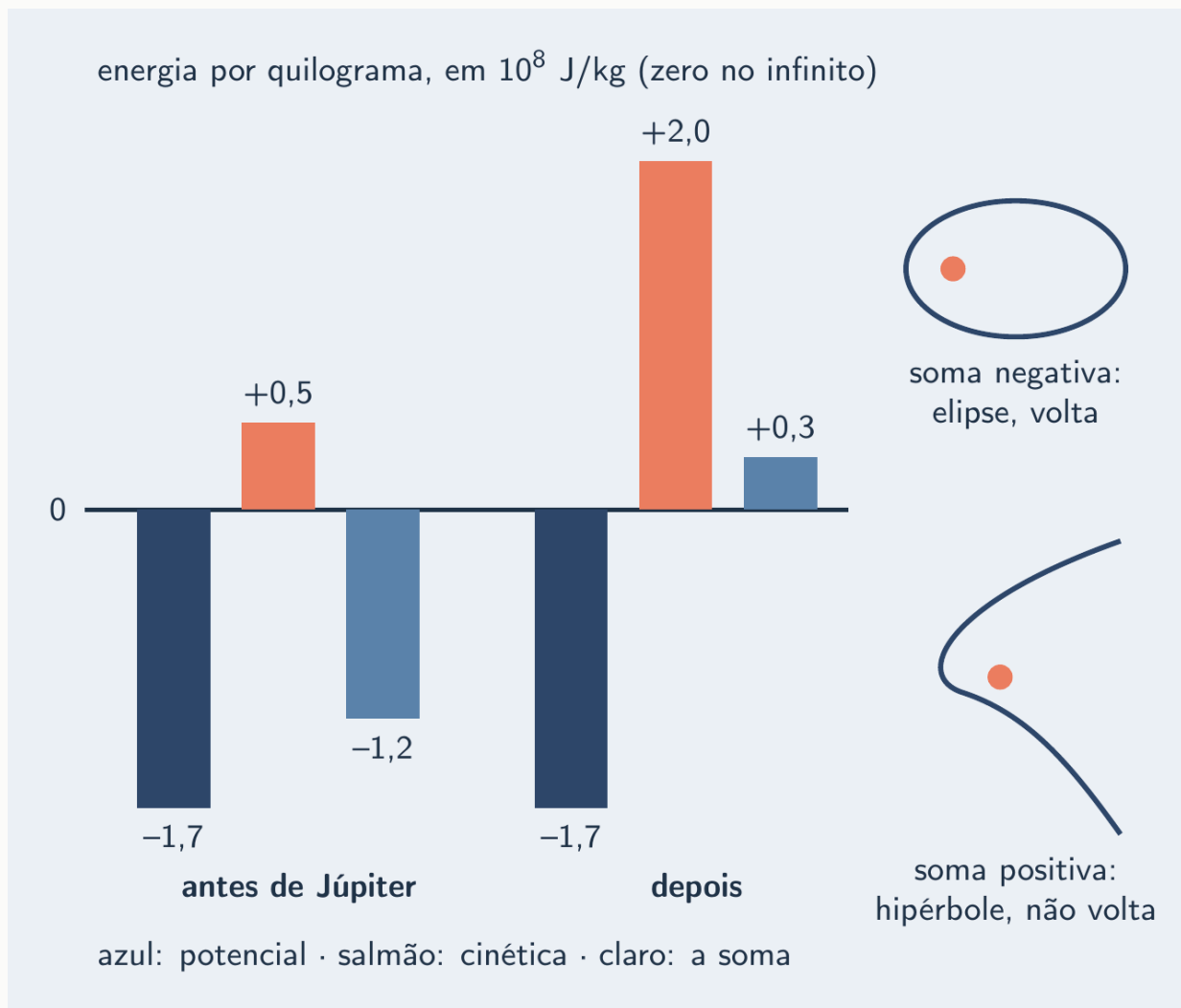
Substituição:

$$\Delta x = 4,2 \times 10^{-21} \cdot 3,2 \times 10^{17}$$

Resultado:

$$\Delta x \approx \mathbf{1,3 \text{ mm}}$$

Conceito 4 – A energia cruza o zero



- sistema: sonda e Sol · zero no infinito

$$E = \frac{m v^2}{2} - \frac{G M m}{r}$$

- negativa: presa → elipse, volta
- positiva: livre → hipérbole, sem volta

Exemplo resolvido – antes: presa ao Sol

e : energia por quilograma, contada em 10^8 J/kg · na distância de Júpiter,
 $\frac{G M}{r} = 1,7 \times 10^8 \text{ J/kg}$ · sonda a 10 km/s

Fórmula:

$$e = \frac{v^2}{2} - \frac{G M}{r}$$

Substituição:

$$e = 0,5 - 1,7$$

Resultado:

$$e = -1,2 \times 10^8 \text{ J/kg}$$

Exemplo resolvido – depois: livre

e : energia por quilograma, contas em 10^8 J/kg · mesma distância ·
sonda a 20 km/s depois do encontro

Fórmula:

$$e = \frac{v^2}{2} - \frac{G M}{r}$$

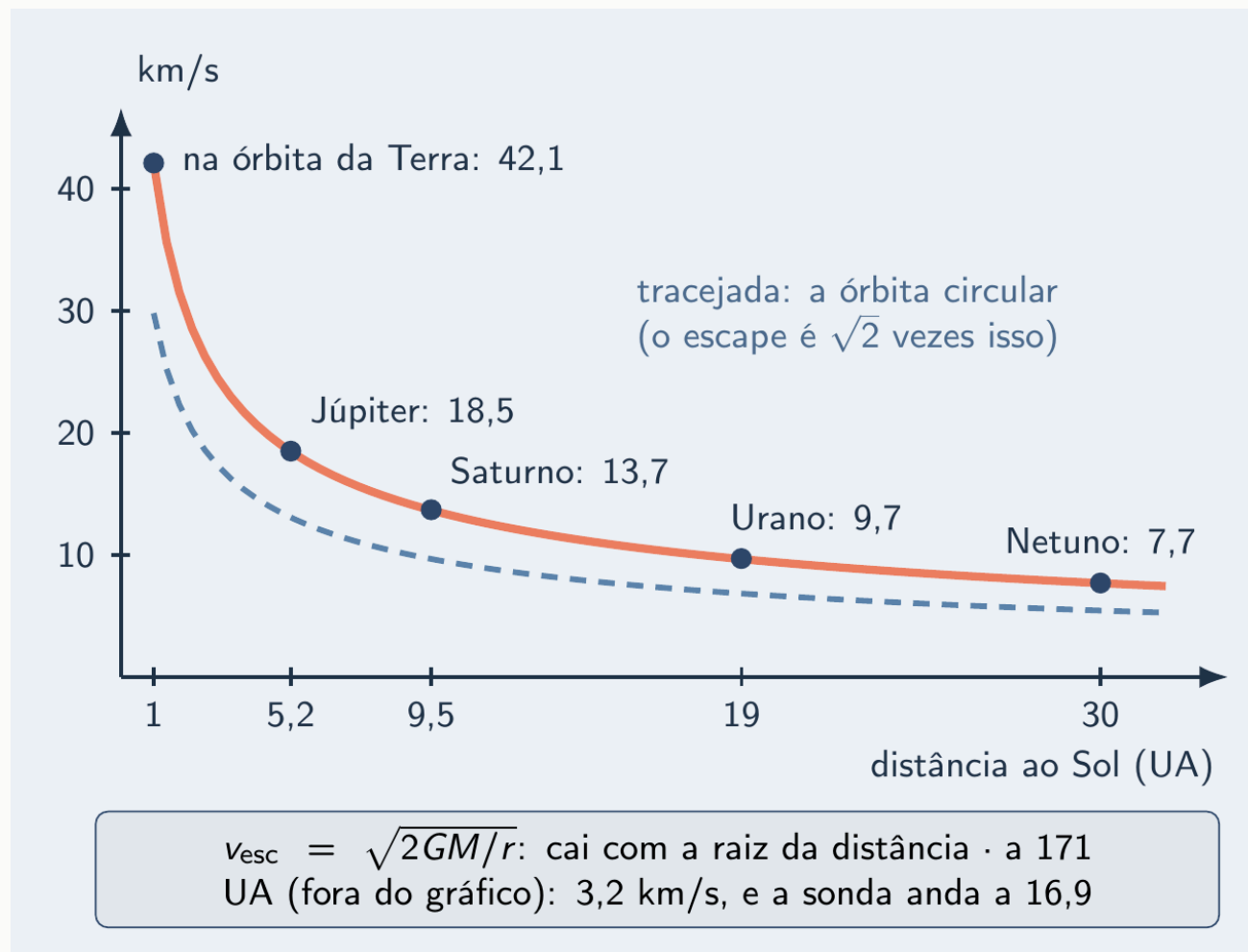
Substituição:

$$e = 2,0 - 1,7$$

Resultado:

$$e = +0,3 \times 10^8 \text{ J/kg}$$

Conceito 5 – Escape do Sol



$$v_{esc} = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$$

- centro: o Sol · sem a massa da sonda
- $\sqrt{2}$ vezes a velocidade de órbita circular
- cai com a raiz da distância · 4 vezes mais longe → metade

Exemplo resolvido – o limiar em Júpiter

$G M$ do Sol: $1,33 \times 10^{20} \text{ m}^3/\text{s}^2$ · órbita de Júpiter: $7,8 \times 10^{11} \text{ m}$

Fórmula:

$$v_{\text{esc}} = \sqrt{\frac{2 G M}{r}}$$

Substituição:

$$v_{\text{esc}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,33 \times 10^{20}}{7,8 \times 10^{11}}}$$

Resultado:

$$v_{\text{esc}} \approx \mathbf{18,5 \text{ km/s}}$$

- Júpiter orbita a 13,1 km/s · sonda saiu acima do limiar

Conceito 6 – Quatro estilingues e um limite

a sonda dos quatro estilingues (ganho em km/s)



a irmã gêmea: dois estilingues (Júpiter, 1979; Saturno, 1980)
· hoje a 171 UA, a 16,9 km/s · o escape do Sol ali é 3,2 km/s:
ela nunca volta · desde 2012, fora da bolha do vento do Sol

- uma sonda: Júpiter, Saturno, Urano, Netuno · 12 anos
- Netuno: passou por trás → **perdeu** 2 km/s
- perto demais: maré · longe demais: pouco ganho
- a irmã: dois estilingues · fora da bolha do Sol desde 2012

Exemplo resolvido – ela ainda volta?

Escape do Sol a 1 UA: 42,1 km/s · sonda a 171 UA, a 16,9 km/s

Fórmula:

$$v_{\text{esc}}(r) = \frac{v_{\text{esc}}(1 \text{ UA})}{\sqrt{r}}$$

Substituição:

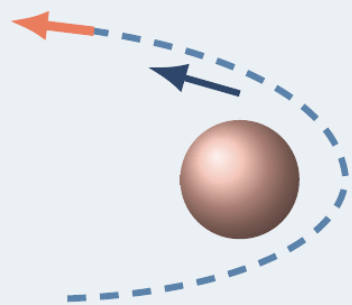
$$v_{\text{esc}} = \frac{42,1}{\sqrt{171}}$$

Resultado:

$$v_{\text{esc}} \approx \mathbf{3,2 \text{ km/s}}$$

- r em UA · anda a mais de 5 vezes isso: não volta

Radar ENEM



o planeta anda:
a sonda sai mais rápida

no referencial do planeta: entra
e sai com a mesma velocidade;
o que a sonda ganha, o planeta perde;
energia negativa: presa (elipse);
positiva: livre (hipérbole);
 $v_{\text{esc}} = \sqrt{2GM/r}$,
sem a massa da sonda

~~o estilingue cria energia do nada,
o planeta não sente nada;
a sonda escapou porque
a gravidade acabou:
o escape depende da massa da sonda~~

quem ganha, alguém paga: Júpiter fica
1 mm atrás em 10 bilhões de anos

- ✗ estilingue cria energia do nada
- ✗ planeta não sente nada
- ✗ escapou porque a gravidade acabou
- ✗ escape depende da massa da sonda
- ✓ conferir: $m \Delta v$ da sonda e $M \Delta V$ do planeta são iguais

Resumo em cinco peças

1 a forma (Kepler):
elipse, áreas iguais,
 $T^2 \propto a^3$

2 a causa (Newton):
 $F = GMm/r^2$, a
mesma para a maçã,
a Lua e a sonda

3 o lugar:
 $g = GM/r^2$;
em órbita,
 $v = \sqrt{GM/r}$

4 a energia: negativa,
preso; positiva, livre;
 $\sqrt{2GM/R}$ separa

5 a troca: maré e
estilingue; quem
ganha, alguém paga

1. forma: Kepler mediu
2. causa: Newton, uma lei
3. lugar: g e velocidade orbital
4. energia: presa ou livre
5. troca: quem ganha, alguém paga

Treine no jogo



QR do jogo → <https://professorcanario.com.br/m3/c10/lista>

Canarinho · lista do Episódio 10

Depois da aula: o combo deste episódio

[Abrir arena](#)

Vídeo em capítulos



Vá direto ao trecho que precisa.

<https://professorcanario.com.br/m3/c10/video>

Lista no app



As questões deste episódio,
para treinar.

<https://professorcanario.com.br/m3/c10/lista>

Livro da minissérie



Com QR em cada capítulo, que
leva ao vídeo e à lista daquele
tema.

<https://professorcanario.com.br/mecanica3/livro/>