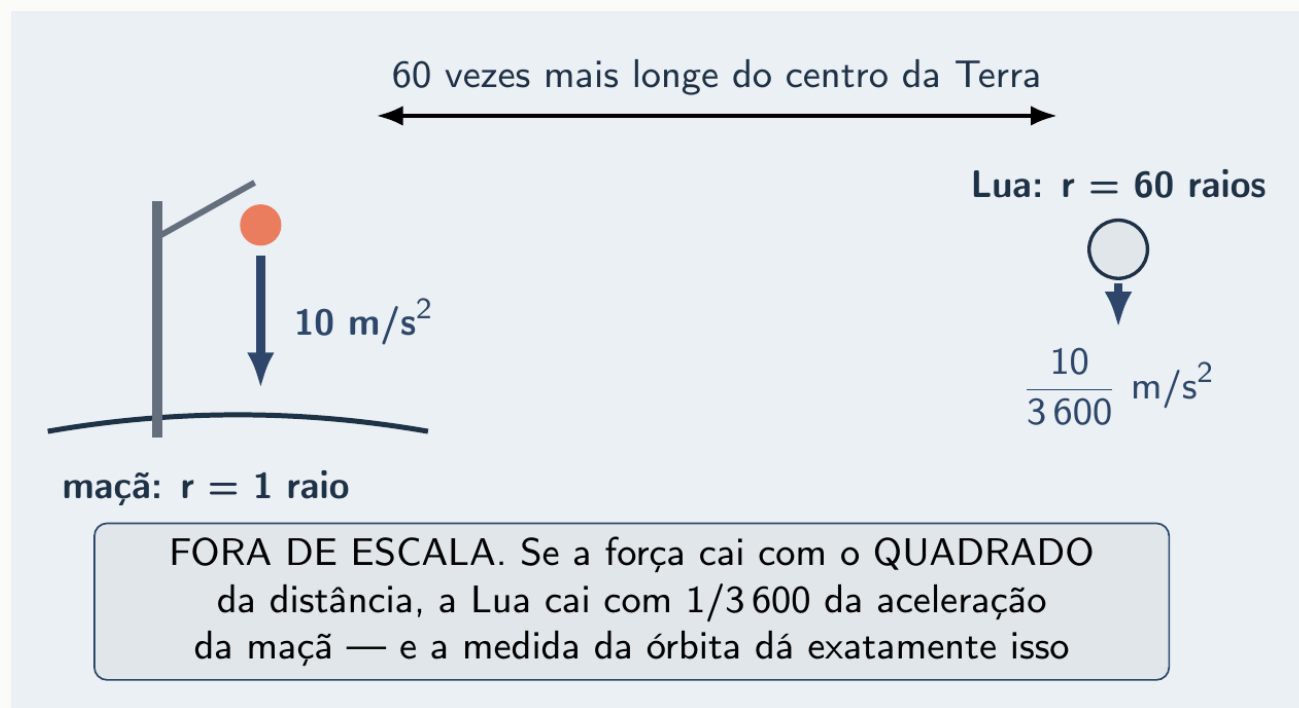


Mecânica III · Episódio 4

A maçã e a Lua caem pela mesma conta

A lei da gravitação universal

O caso



- por volta de 1666, pomar inglês: a maçã cai com 10 m/s^2
- Lua: **60 raios** terrestres do centro da Terra
- $60^2 = 3600 \rightarrow$ previsão:
$$a = \frac{g}{60^2} \approx 2,7 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2$$
- órbita medida (27,3 dias) $\rightarrow$ **o mesmo número**

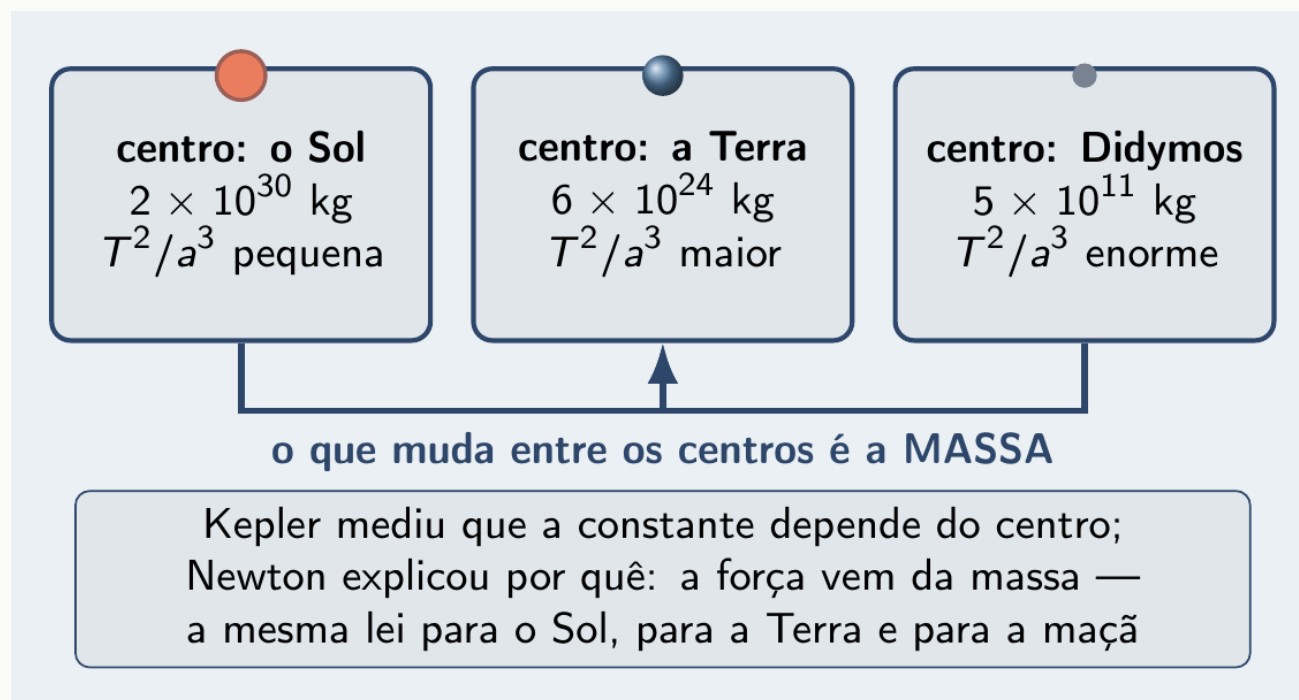
O caso, segunda parte

- 1687: a lei publicada nos *Principia*
- G ficou sem valor por mais de 100 anos
- 1797–1798: Cavendish mede G numa sala fechada
- resultado: Terra com cerca de 6×10^{24} kg
- história real; o fruto na cabeça é lenda

Pergunta do episódio

A força que derruba a maçã é a mesma que segura a Lua?

Conceito 1 – A constante de Kepler tem dono



- $\frac{T^2}{a^3}$: um valor por **centro** (Sol, Terra, Didymos...)
- quem fixa o valor: a **massa central**
- mais massa → constante menor → volta mais rápida
- Kepler descreve · Newton dá a **causa**

Exemplo resolvido – a constante da Lua

Lua: raio de $3,84 \times 10^8 \text{ m}$ · período de $2,36 \times 10^6 \text{ s}$ · $G M = 4,0 \times 10^{14}$ (SI)

Fórmula:

$$k = \frac{T^2}{r^3}$$

$$k' = \frac{4\pi^2}{G M}$$

Substituição:

$$k = \frac{5,57 \times 10^{12}}{5,66 \times 10^{25}}$$

$$k' = \frac{39,5}{4,0 \times 10^{14}}$$

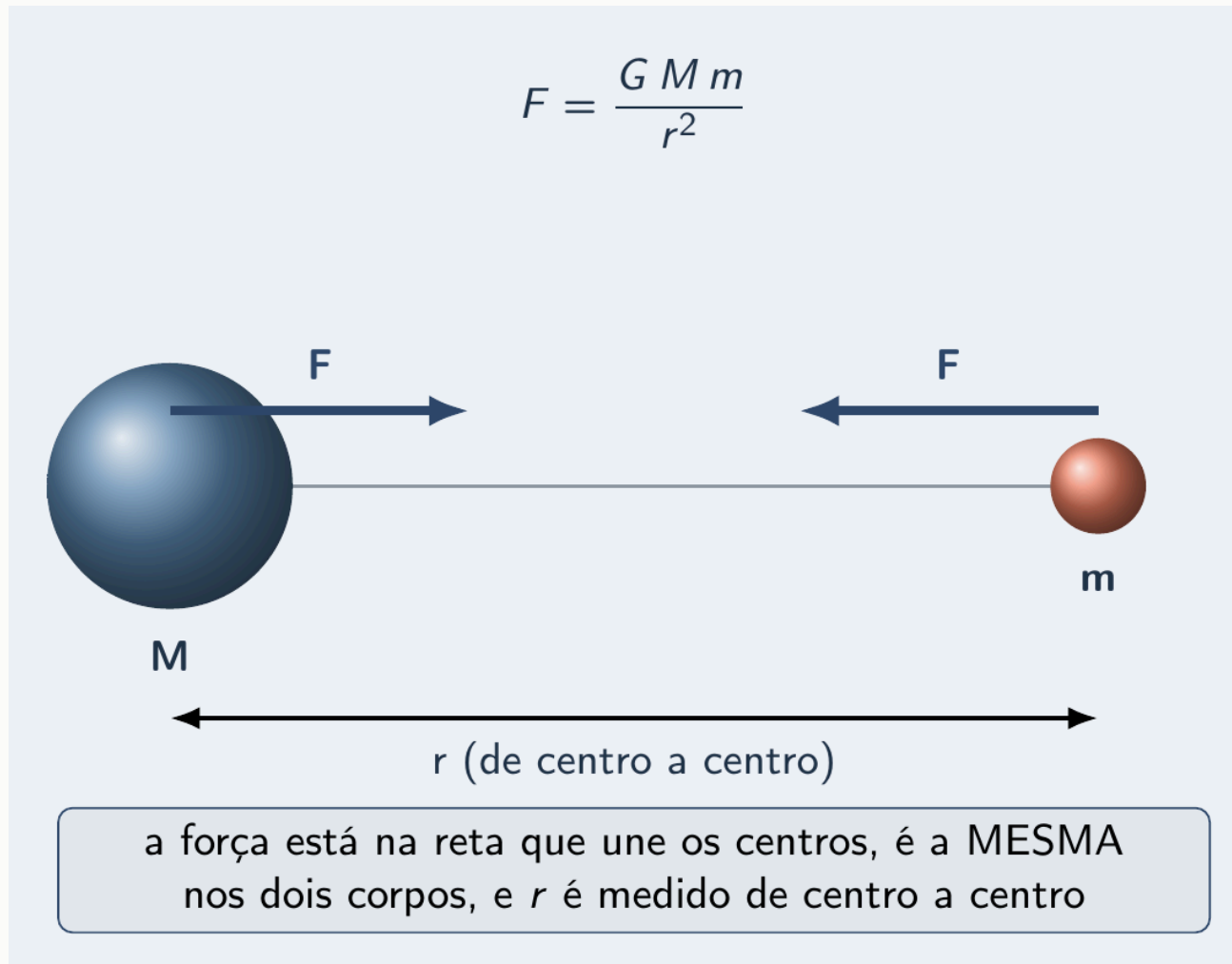
Resultado:

$$k \approx \mathbf{9,8 \times 10^{-14}}$$

$$k' \approx \mathbf{9,9 \times 10^{-14}}$$

- em s^2/m^3 · medida e previsão batem

Conceito 2 – A lei: $F = \frac{G M m}{r^2}$



- **atractiva** · na reta entre os **centros**
- proporcional ao **produto** das massas · inversa a r^2
$$G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2/\text{kg}^2$$
- universal
- G não é g : constante universal, aceleração local

Exemplo resolvido – o peso da maçã

Maçã de 0,1 kg no chão · Terra: $6,0 \times 10^{24}$ kg, raio $6,4 \times 10^6$ m

Fórmula:

$$F = \frac{G M m}{R^2}$$

Substituição:

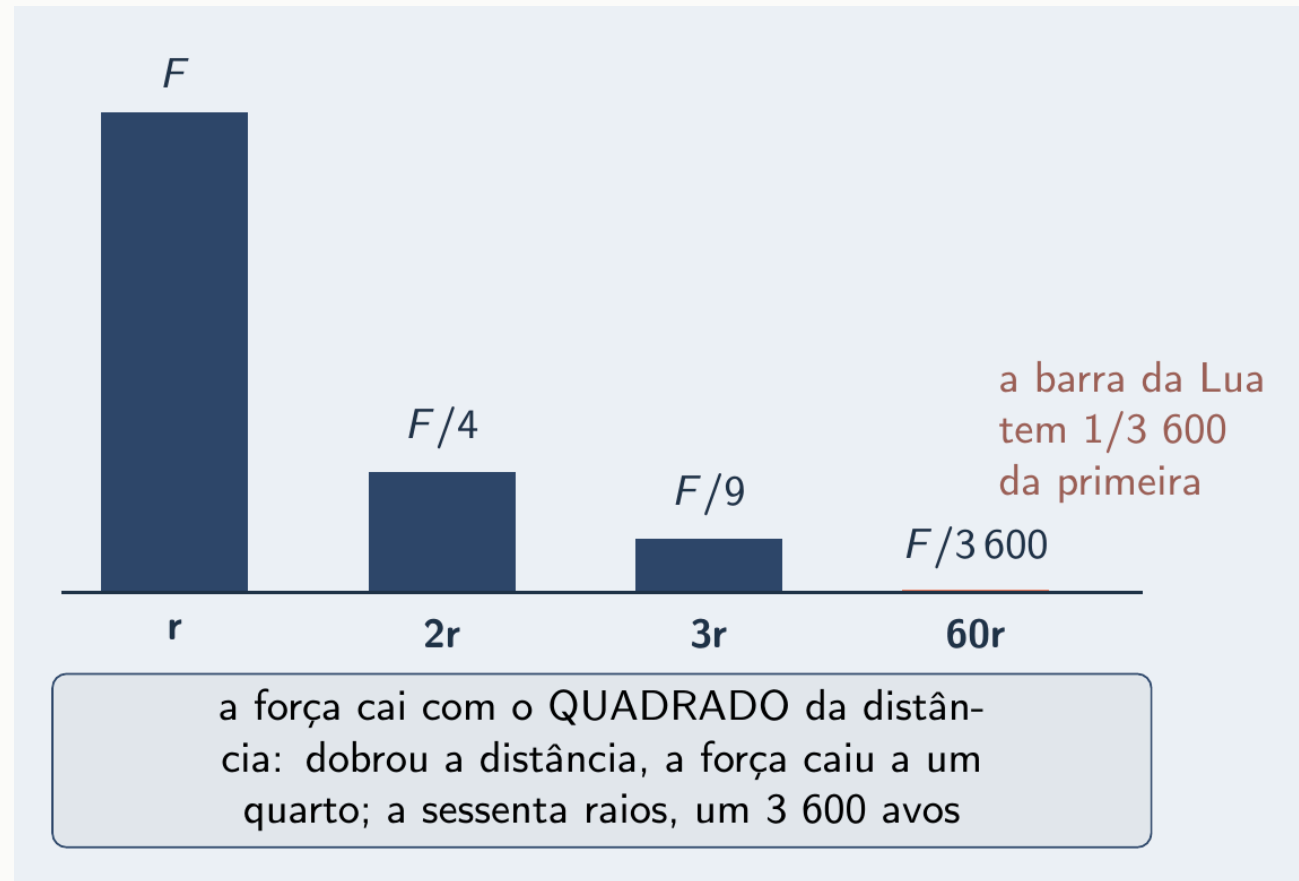
$$F = \frac{4,0 \times 10^{14} \cdot 0,1}{(6,4 \times 10^6)^2}$$

Resultado:

$$F \approx \mathbf{0,98 \text{ N}}$$

- $G M = 4,0 \times 10^{14}$ (SI)
- cerca de 1 N: o próprio peso, $m g$

Conceito 3 – O quadrado da distância



- distância 2 vezes → força 4 vezes menor; 3 vezes → 9; 60 vezes → 3 600
- massa entra **sem** quadrado
- r : altitude + **raio**, de centro a centro

Exemplo resolvido – distância triplicada

Dois corpos se atraem com 36 N; a distância entre centros triplica

Fórmula:

$$F' = \frac{F}{(\text{fator de } r)^2}$$

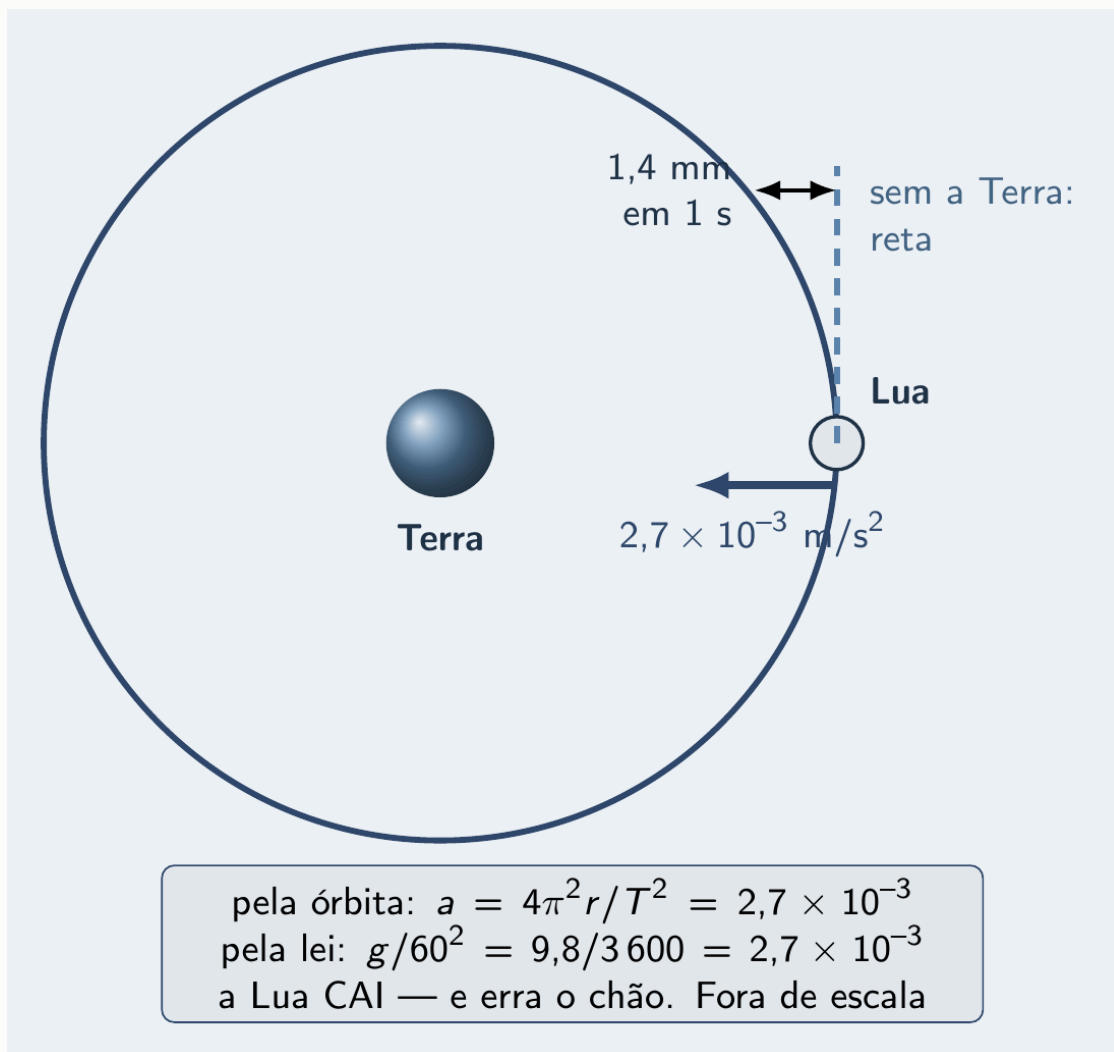
Substituição:

$$F' = \frac{36}{3^2} = \frac{36}{9}$$

Resultado:

$$F' = 4 \text{ N}$$

Conceito 4 – O teste da Lua



- só régua e relógio:

$$a = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

- pela lei:

$$a = \frac{g}{60^2}$$

- a Lua **cai** e erra o chão · nada "para fora"

Exemplo resolvido – o teste da Lua

Raio de $3,84 \times 10^8 \text{ m}$ · período de $2,36 \times 10^6 \text{ s}$ · $g = 9,8 \text{ m/s}^2$

Fórmula:

$$a = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

$$a_{\text{lei}} = \frac{g}{60^2}$$

Substituição:

$$a = \frac{39,5 \cdot 3,84 \times 10^8}{5,57 \times 10^{12}}$$

$$a_{\text{lei}} = \frac{9,8}{3\,600}$$

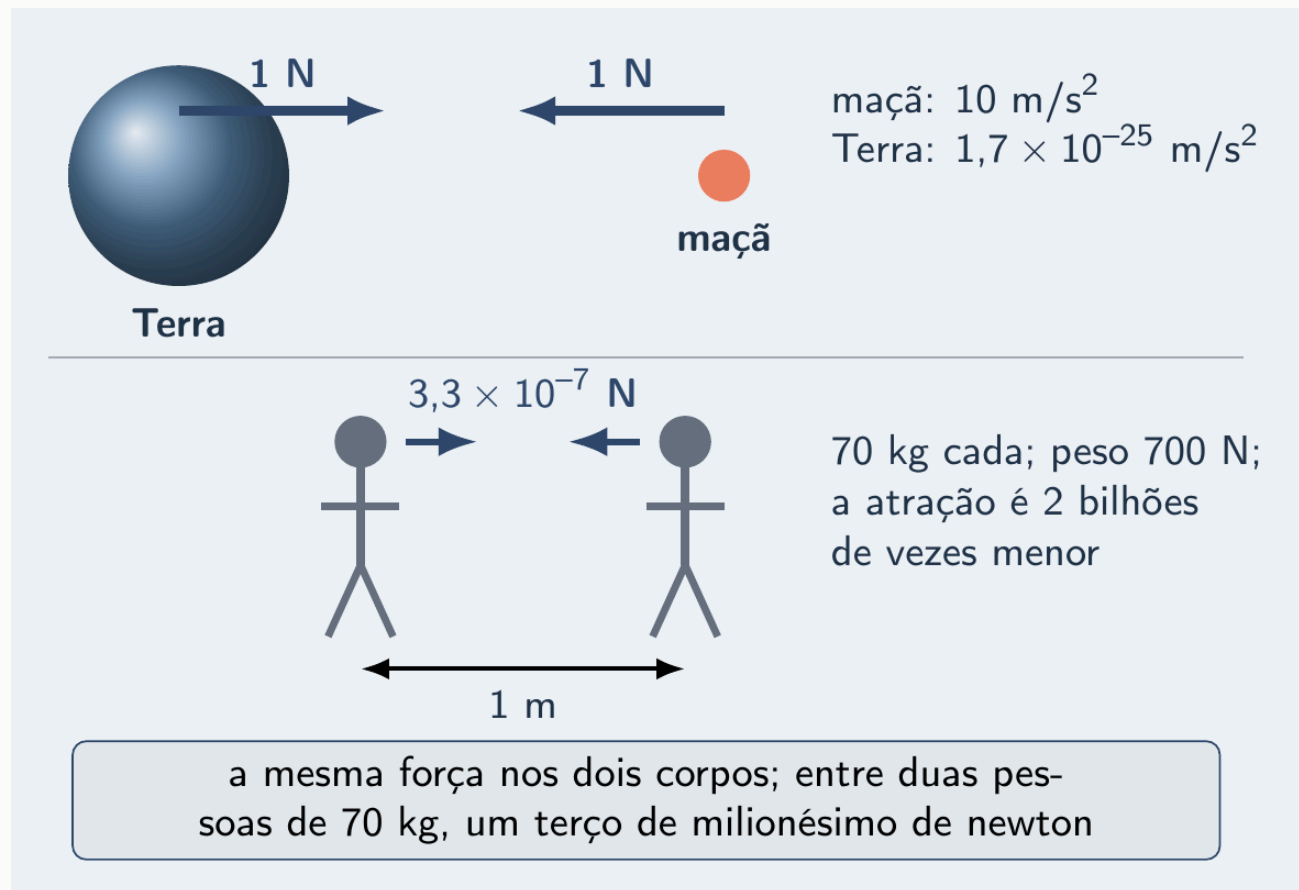
Resultado:

$$a \approx \mathbf{2,7 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2}$$

$$a_{\text{lei}} \approx \mathbf{2,7 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2}$$

- os dois caminhos batem

Conceito 5 – Ação e reação



- Terra → maçã: 1 N · maçã → Terra: 1 N
- força **igual**, efeito diferente:
$$a = \frac{F}{m}$$
- Terra: $a \approx 1,7 \times 10^{-25} \text{ m/s}^2$, imperceptível

Exemplo resolvido – duas pessoas

70 kg cada, centros a 1 m

Fórmula:

$$F = \frac{G M m}{r^2}$$

Substituição:

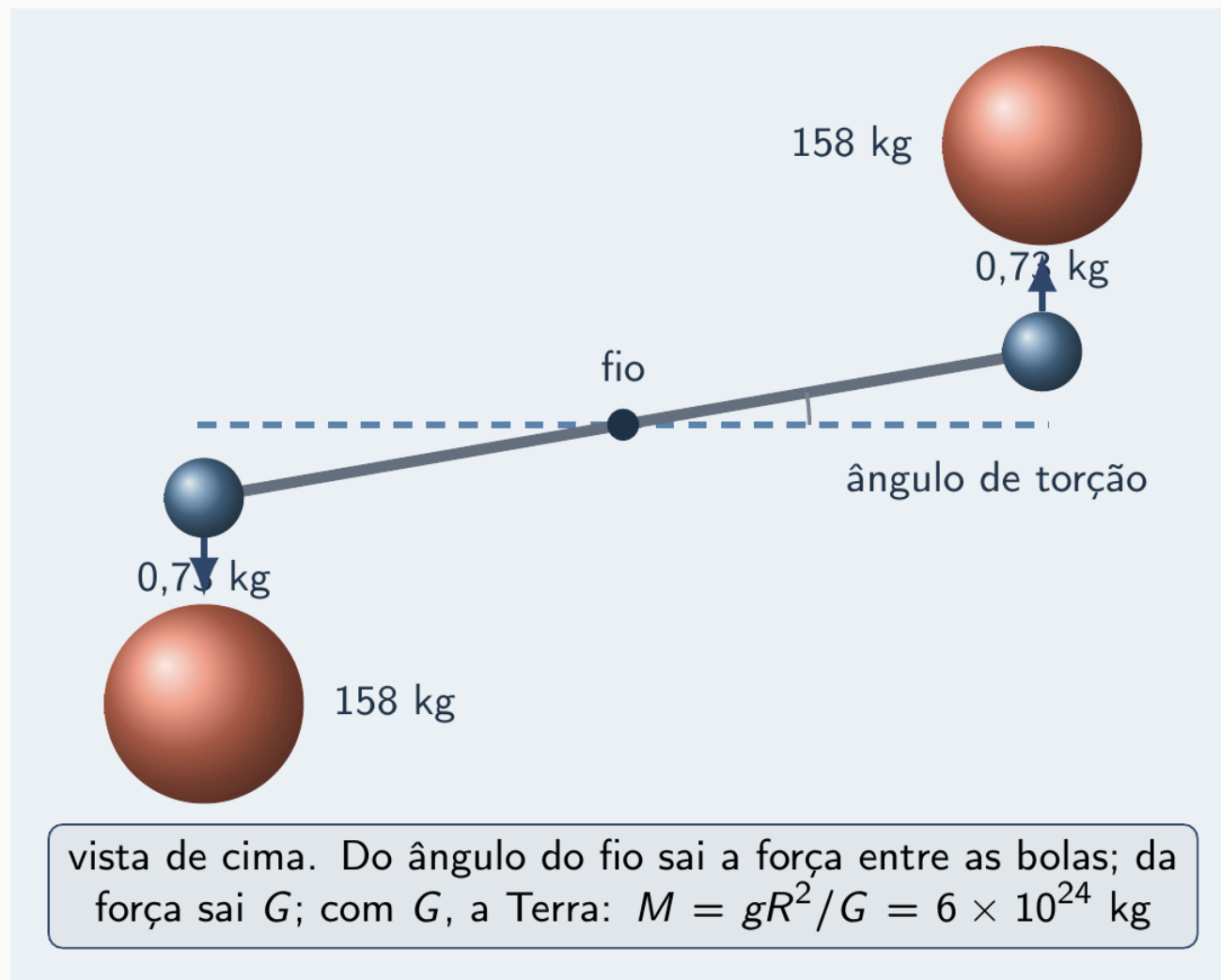
$$F = 6,67 \times 10^{-11} \cdot 70^2$$

Resultado:

$$F \approx \mathbf{3,3 \times 10^{-7} \text{ N}}$$

- ninguém sente

Conceito 6 – Cavendish e Kepler explicado



- torção: chumbo de 158 kg e de 0,73 kg → mede G
- com G , a Terra "pesada":
$$M = \frac{g R^2}{G}$$
- as 3 leis de Kepler saem da lei de Newton

Exemplo resolvido – a massa da Terra

Gravidade de 10 m/s^2 · raio de $6,4 \times 10^6 \text{ m}$ · G de $6,67 \times 10^{-11} \text{ (SI)}$

Fórmula:

$$M = \frac{g R^2}{G}$$

Substituição:

$$M = \frac{10 \cdot (6,4 \times 10^6)^2}{6,67 \times 10^{-11}}$$

Resultado:

$$M \approx \mathbf{6,1 \times 10^{24} \text{ kg}}$$

- numerador: $4,1 \times 10^{14}$ · hoje: $5,97 \times 10^{24} \text{ kg}$

Radar ENEM



Terra, maçã e Lua

$$F = GMm/r^2, r \text{ de centro a centro;}$$

dobrou r , força $\div 4$;
a maçã puxa a Terra com a mesma força;
 G universal, g local

~~dobrou r , força cai à metade;
a Terra puxa mais que a maçã;
 G muda de planeta para planeta;
a Lua não cai~~

a força é a mesma nos dois corpos e cai com o quadrado da distância entre os centros

- ✗ r dobra $\rightarrow F$ pela metade
- ✗ Terra puxa mais que a maçã
- ✗ G varia de planeta a planeta
- ✗ a Lua não cai · ✗ soma das massas
- ✓ $F' = \frac{F \cdot \text{fatores das massas}}{(\text{fator de } r)^2}$

Resumo em cinco peças

1 $F = GMm/r^2$,
na reta que une
os centros

2 cai com o
QUADRADO da
distância

3 a mesma força para
a maçã e a Lua:
o teste de 1/3 600

4 ação e reação:
a maçã puxa a
Terra igual

5 G medido em
laboratório — e a
Terra foi pesada

1. $F = \frac{G M m}{r^2}$

2. r dobra: força 4 vezes menor

3. maçã e Lua: mesma lei

4. par igual, efeitos diferentes

5. G medido; Terra pesada

Treine no jogo



QR do jogo → <https://professorcanario.com.br/m3/c4/lista>

Canarinho · lista do Episódio 4

Depois da aula: o combo deste episódio

[Abrir arena](#)

Vídeo em capítulos



Vá direto ao trecho que precisa.

<https://professorcanario.com.br/m3/c4/video>

Lista no app



As questões deste episódio,
para treinar.

<https://professorcanario.com.br/m3/c4/lista>

Livro da minissérie



Com QR em cada capítulo, que
leva ao vídeo e à lista daquele
tema.

<https://professorcanario.com.br/mecanica3/livro/>