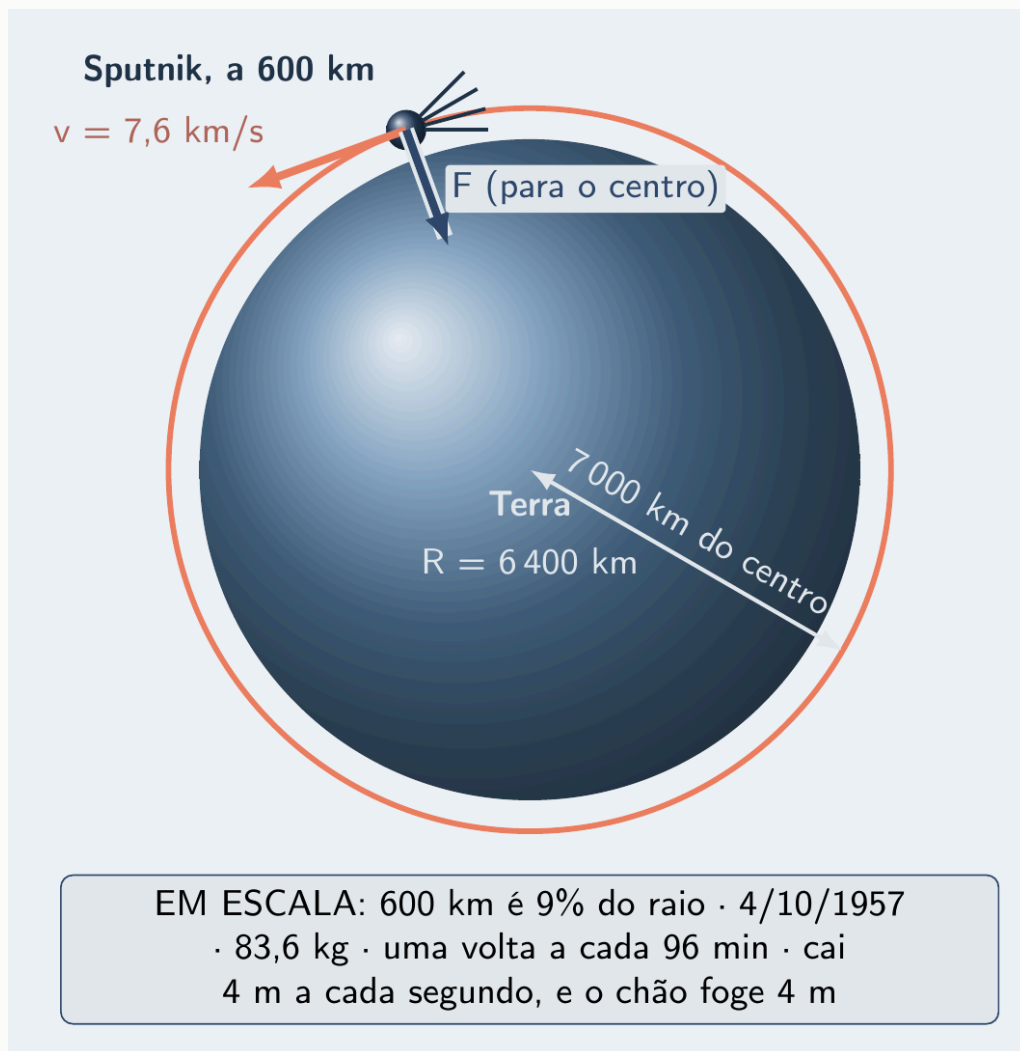


Mecânica III · Episódio 6

A pedra que cai e erra o chão a cada volta

Órbita circular e velocidade orbital

O caso

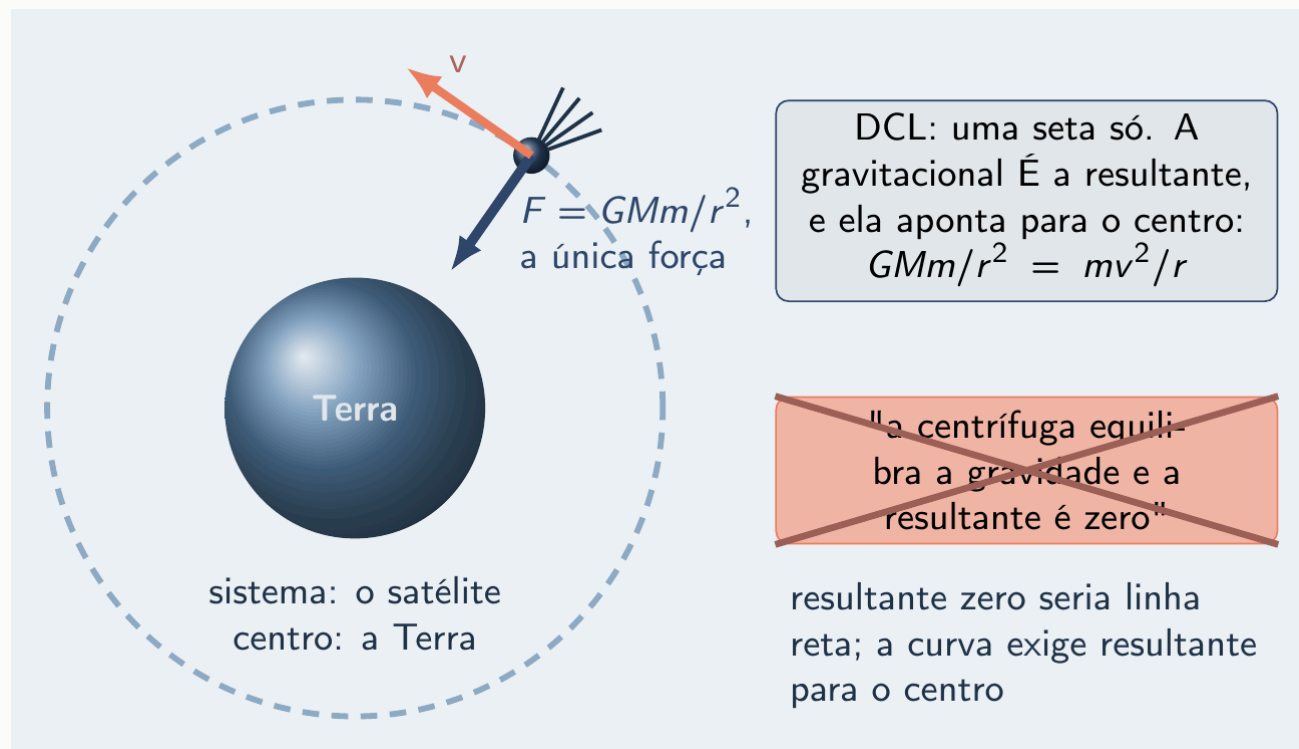


- 04/10/1957: Sputnik 1 · esfera de **83,6 kg**, 58 cm
- altura entre **215 e 939 km** · volta em **96 min**
- quase **8 km/s** · bipe por 22 dias
- 3 meses no alto · **1 440 voltas** · depois reentrada

Pergunta do episódio

**Quão rápido é preciso andar de lado para
nunca chegar ao chão?**

Conceito 1 – Uma força só



- sistema: satélite · centro: Terra · r **do centro**
- DCL: **uma seta**, a gravitacional
- ela faz o papel de centrípeta:
$$\frac{G M m}{r^2} = \frac{m v^2}{r}$$
- resultante não nula · sem "centrífuga" na conta

Exemplo resolvido – a força no Sputnik

83,6 kg a $7,0 \times 10^6$ m do centro · $G M = 4,0 \times 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$

Fórmula:

$$F = \frac{G M m}{r^2}$$

Substituição:

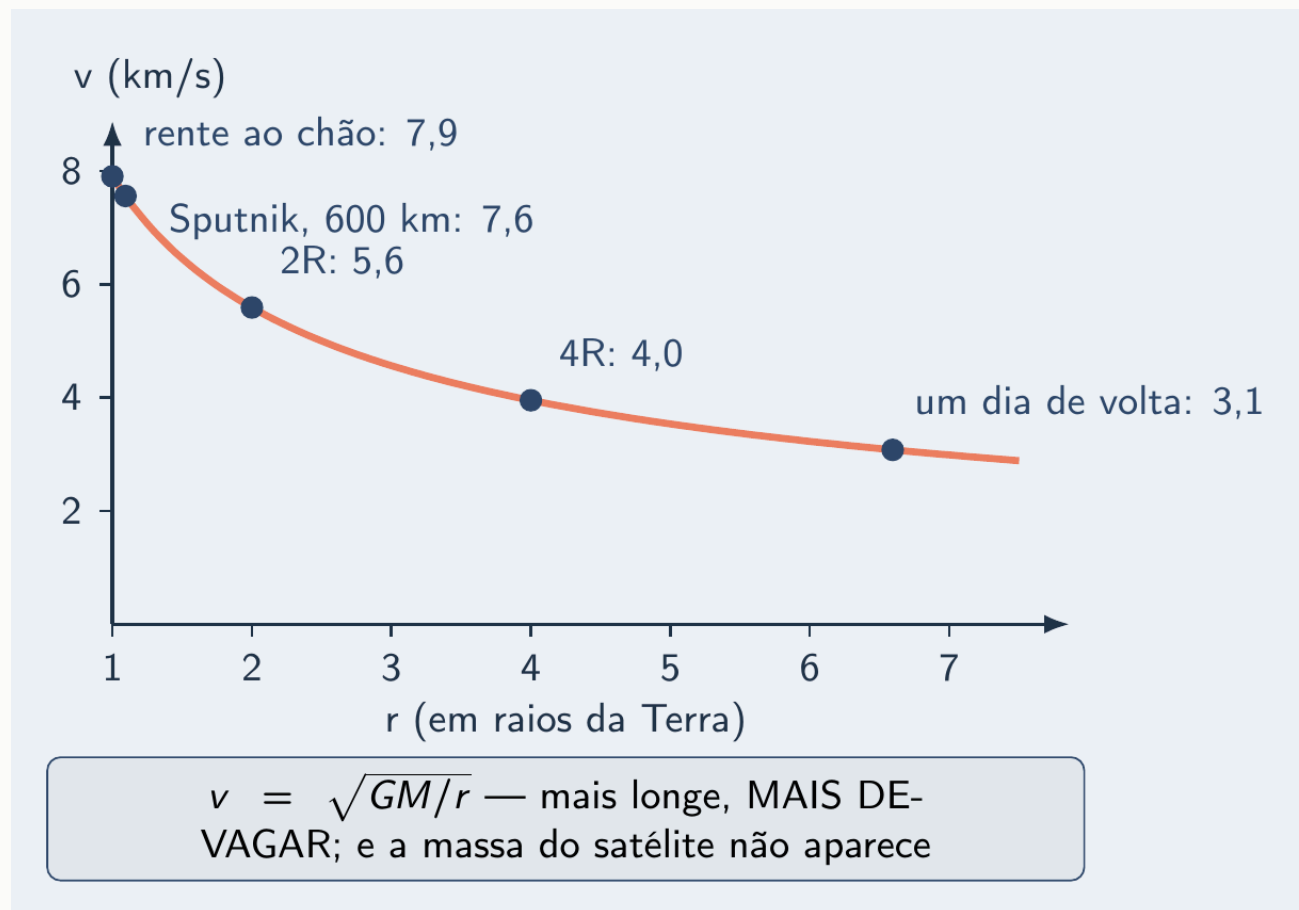
$$F = \frac{4,0 \times 10^{14} \cdot 83,6}{(7,0 \times 10^6)^2}$$

Resultado:

$$F \approx \mathbf{680 \text{ N}}$$

- para o centro · nada a equilibra

Conceito 2 – Velocidade da órbita



$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

- também $\sqrt{gr}$, com g local
- massa do satélite **cancela**
- mais longe → **mais devagar** ·
raio 4 vezes → metade da velocidade
- rente ao chão, sem ar: 7,9 km/s

Exemplo resolvido – a velocidade do Sputnik

Raio: $6\,400\text{ km} + 600\text{ km} \cdot G M = 4,0 \times 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$

Fórmula:

$$v = \sqrt{\frac{G M}{r}}$$

Substituição:

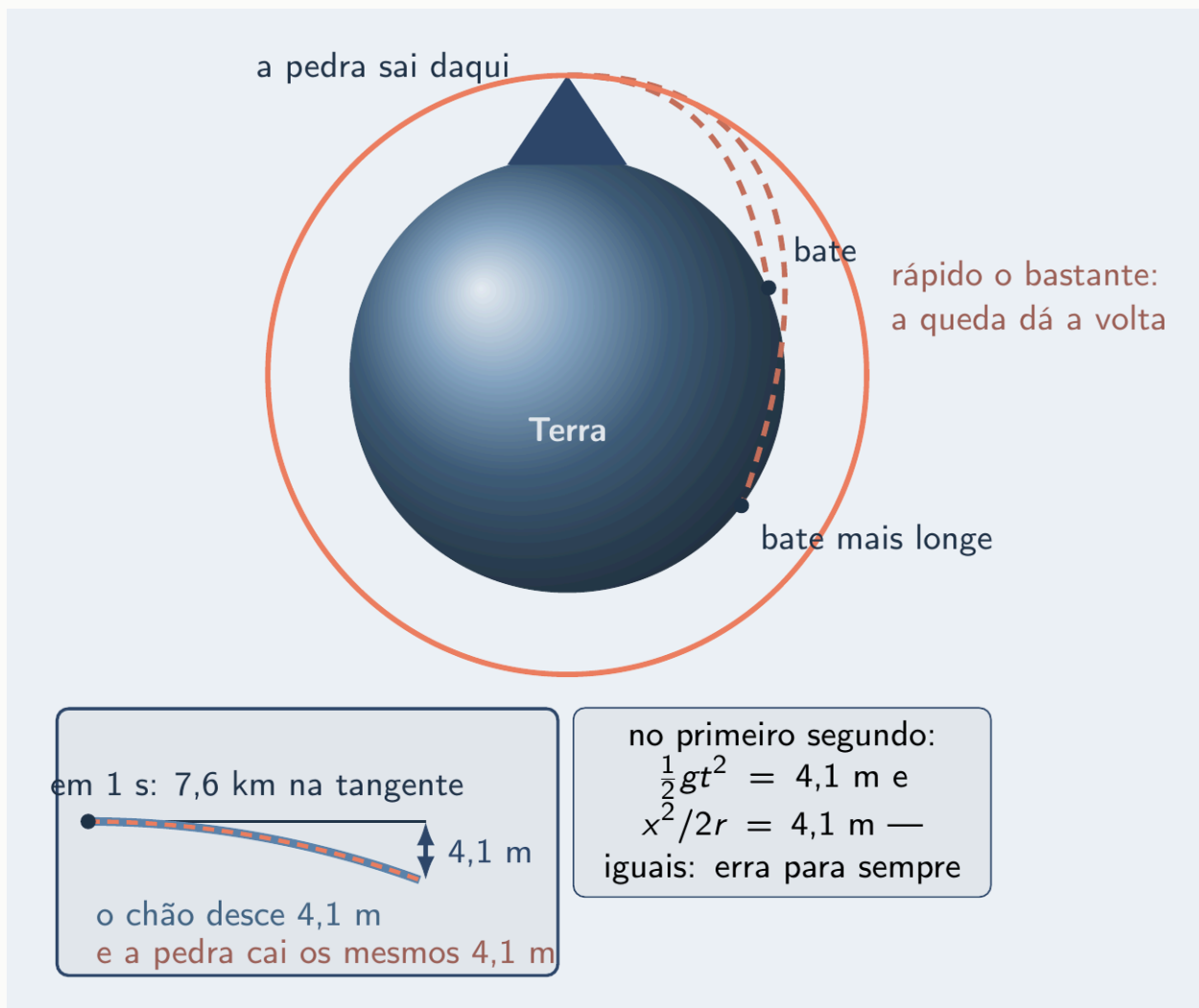
$$v = \sqrt{\frac{4,0 \times 10^{14}}{7,0 \times 10^6}}$$

Resultado:

$$v \approx \mathbf{7,6 \text{ km/s}}$$

- cerca de 27 000 km/h

Conceito 3 – A pedra de Newton



- órbita: **queda livre** contínua
- queda em 1 s:
$$y = \frac{g t^2}{2}$$
- chão que some:
$$d = \frac{x^2}{2r}$$
- velocidade certa → os dois **iguais**

Exemplo resolvido – cai 4 m, chão foge 4 m

Sputnik a $7,0 \times 10^6$ m do centro, a 7 600 m/s, durante 1 s

Fórmula:

$$g = \frac{G M}{r^2}$$

$$y = \frac{g t^2}{2}$$

$$d = \frac{x^2}{2r}$$

Substituição:

$$g = \frac{4,0 \times 10^{14}}{4,9 \times 10^{13}}$$

$$y = \frac{8,2 \cdot 1^2}{2}$$

$$d = \frac{7\,600^2}{1,4 \times 10^7}$$

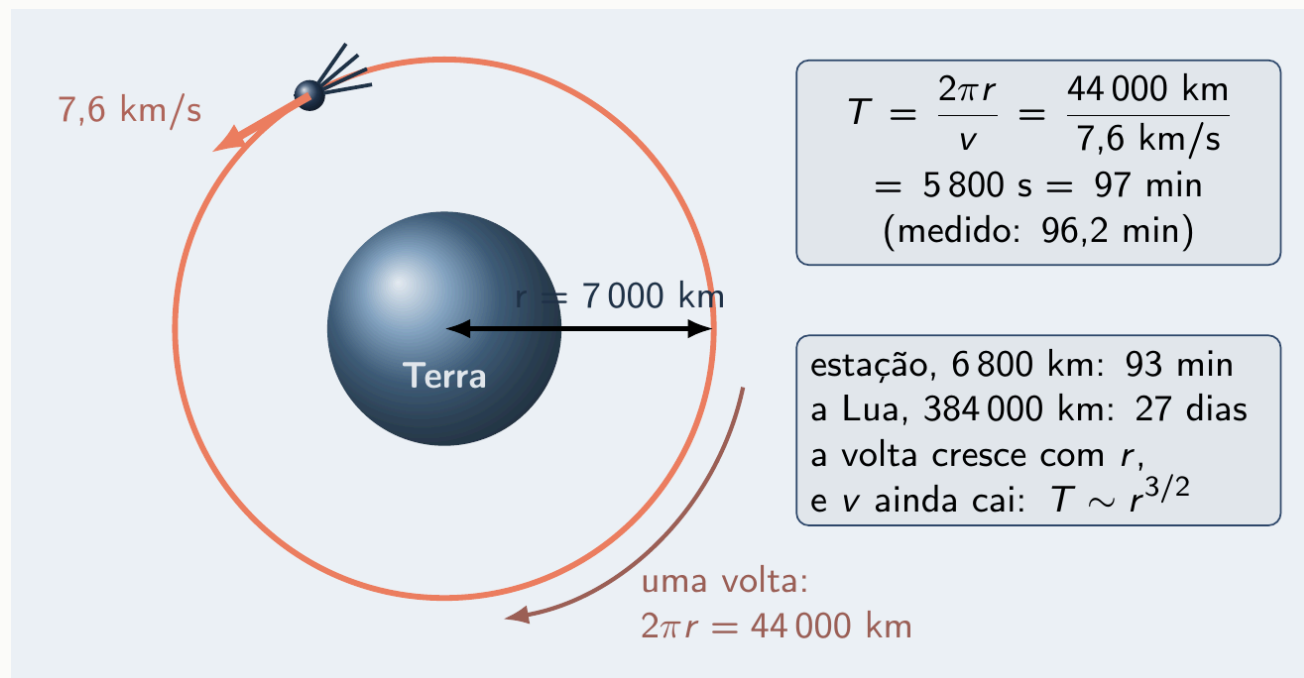
Resultado:

$$g \approx \mathbf{8,2 \, m/s^2}$$

$$y \approx \mathbf{4,1 \, m}$$

$$d \approx \mathbf{4,1 \, m}$$

Conceito 4 – O período



$$T = \frac{2\pi r}{v} = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM}}$$

- caminho maior e passo mais lento
- raio 4 vezes → **8 vezes** o tempo · 2 vezes → cerca de 2,8

Exemplo resolvido – uma volta do Sputnik

Raio de $7,0 \times 10^6 \text{ m}$ · $v = 7,6 \times 10^3 \text{ m/s}$ · medido: 96,2 min

Fórmula:

$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

Substituição:

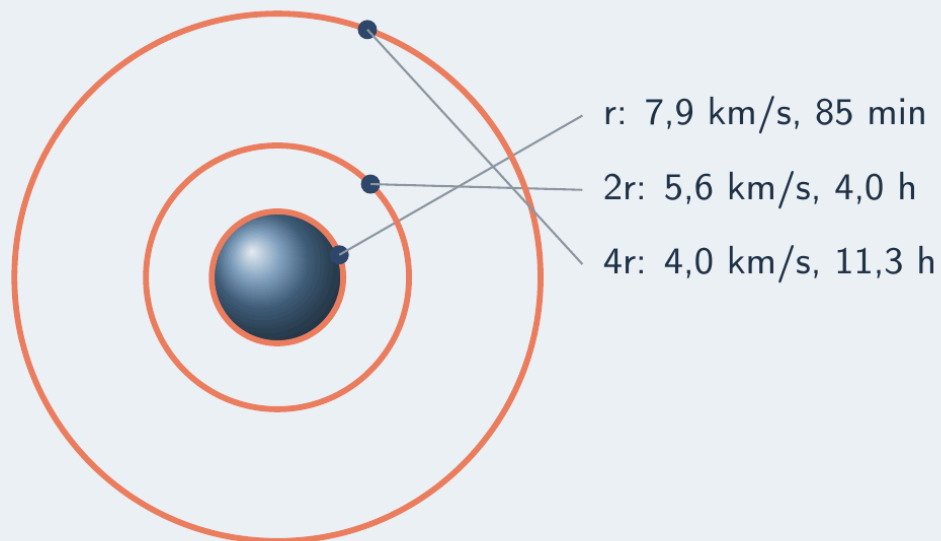
$$T = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 7,0 \times 10^6}{7,6 \times 10^3}$$

Resultado:

$$T \approx \mathbf{5\ 800\ s} \approx 97 \text{ min}$$

- 1% do medido

Conceito 5 – Kepler sai de Newton



r = o raio da Terra (rente ao chão, sem ar); 2r; 4r
quatro vezes mais longe: metade da velocidade, oito vezes o tempo

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{GM} r^3 \text{ — a constante de Kepler tem dono: } GM \text{ do CENTRO}$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{GM} r^3$$

- constante do **centro** · Terra:

$$\frac{4\pi^2}{GM} = 9,9 \times 10^{-14} \text{ s}^2/\text{m}^3$$

- " $T^2 = a^3$ ": só anos, UA e Sol

Exemplo resolvido – a órbita de um dia

Período de 86 164 s (dia sideral) · $G M = 4,0 \times 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$

Fórmula:

$$r = \sqrt[3]{\frac{G M T^2}{4\pi^2}}$$

Substituição:

$$r = \sqrt[3]{7,5 \times 10^{22}}$$

Resultado:

$$r \approx \mathbf{42\,200\,km}$$

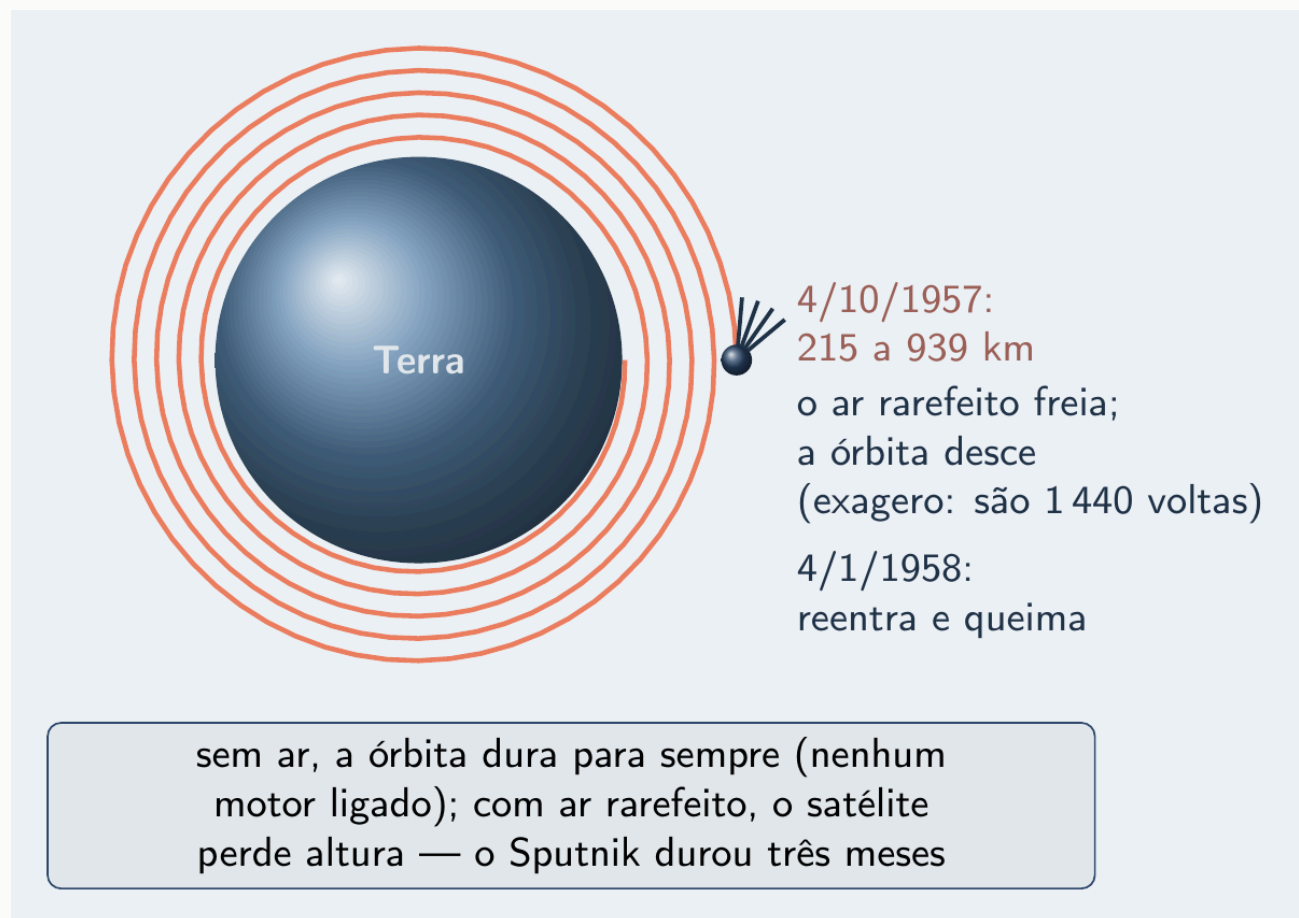
$$h = r - R$$

$$h = 42\,200 - 6\,400$$

$$h \approx \mathbf{35\,800\,km}$$

- dentro da raiz: $\frac{4,0 \times 10^{14} \cdot 7,42 \times 10^9}{39,5}$, em m^3

Conceito 6 – O ar rarefeito



- sem ar e sem motor: órbita eterna
- 215 km: resto de atmosfera **freia**
- desce → fica **mais rápido** · reentrada: 04/01/1958

Exemplo resolvido – baixo é mais rápido

Sputnik no ponto baixo (6 615 km do centro) e no alto (7 339 km)

Fórmula:

$$v = \sqrt{\frac{G M}{r}}$$

Substituição:

$$v_{\text{baixo}} = \sqrt{\frac{4,0 \times 10^{14}}{6,615 \times 10^6}}$$

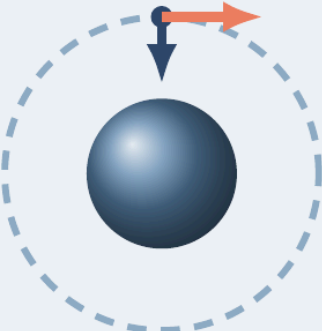
$$v_{\text{alto}} = \sqrt{\frac{4,0 \times 10^{14}}{7,339 \times 10^6}}$$

Resultado:

$$v_{\text{baixo}} \approx \mathbf{7,8 \text{ km/s}}$$

$$v_{\text{alto}} \approx \mathbf{7,4 \text{ km/s}}$$

Radar ENEM



uma força,
uma curva

gravitacional = centrípeta;
 $v = \sqrt{GM/r}$, sem a massa do satélite;
mais alto, mais devagar, volta mais longa;
 $T^2 = (4\pi^2/GM) r^3$;
o satélite cai e erra o chão

~~a centrífuga equilibra a gravidade;
satélite pesado anda mais devagar;
órbita alta é mais rápida;
em órbita não há gravidade~~

a resultante não é zero: é a gravitacional,
e é ela que faz a curva

- ✗ centrífuga equilibra a gravidade
- ✗ satélite pesado anda mais devagar
- ✗ órbita alta, mais rápida
- ✗ esqueceu a raiz · ✗ h no lugar de r
- ✓ conferir: $v^2 r = G M \cdot \frac{T^2}{r^3}$ é $\frac{4\pi^2}{G M}$

Resumo em cinco peças

1 uma força só:
a gravitacional É
a centrípeta

2 $v = \sqrt{GM/r}$:
mais longe,
mais devagar;
sem a massa
do satélite

3 o satélite cai
4 m e o chão
foge 4 m:
erra para sempre

4 $T^2 = (4\pi^2/GM) r^3$:
Kepler sai de Newton,
e a constante
tem dono

5 sem ar,
para sempre;
com ar rarefeito, cai:
o Sputnik
durou 3 meses

1. gravitacional: única resultante

2. $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$

3. cai e erra o chão

4. $T^2 \propto r^3, M$ do centro

5. ar rarefeito derruba

Treine no jogo



QR do jogo → <https://professorcanario.com.br/m3/c6/lista>

Canarinho · lista do Episódio 6

Depois da aula: o combo deste episódio

[Abrir arena](#)

Vídeo em capítulos



Vá direto ao trecho que precisa.

<https://professorcanario.com.br/m3/c6/video>

Lista no app



As questões deste episódio,
para treinar.

<https://professorcanario.com.br/m3/c6/lista>

Livro da minissérie



Com QR em cada capítulo, que
leva ao vídeo e à lista daquele
tema.

<https://professorcanario.com.br/mecanica3/livro/>